

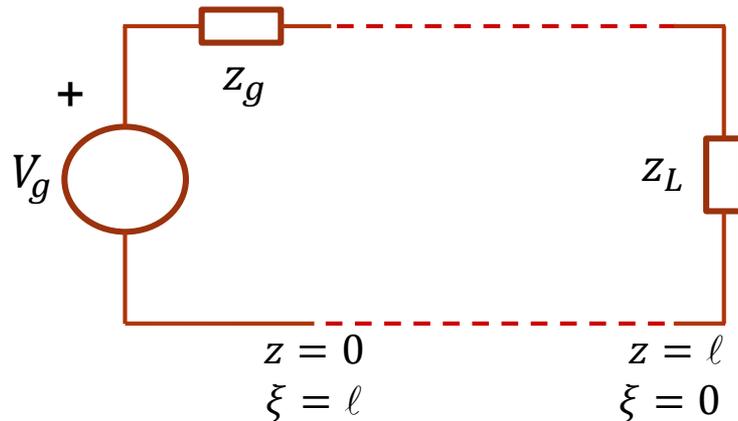
# ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΑ

## Χάρτης Smith - Προσαρμογή

Δήμητρα – Θεοδώρα Κακλαμάνη  
Καθηγήτρια ΕΜΠ



# Χάρτης Smith



$$\zeta(\xi) = \frac{1 + \rho(\xi)}{1 - \rho(\xi)} = r + jx$$

$$\rho(\xi) = \frac{\zeta(\xi) - 1}{\zeta(\xi) + 1} = u + jv$$

$$\rho(z) = \rho_L e^{-2\gamma(\ell-z)} \Rightarrow \rho(\xi) = \rho_L e^{-2\gamma\xi}$$

$$r = \frac{1-v^2-u^2}{(1-u)^2+v^2} \Rightarrow \left(u - \frac{r}{r+1}\right)^2 + v^2 = \frac{1}{(r+1)^2}$$

κύκλοι σταθερού  $r$

$$x = \frac{2v}{(1-u)^2+v^2} \Rightarrow (u-1)^2 + \left(v - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2}$$

τόξα σταθερού  $x$

- σύμμορφος μετασχηματισμός από το μιγαδικό επίπεδο  $\rho(\xi)$  στο μιγαδικό επίπεδο  $\zeta(\xi)$  ή αντίστροφα (οι καμπύλες τέμνονται κάθετα)
- $0 \leq r < \infty$  ,  $-\infty < x < +\infty$
- όλοι οι κύκλοι σταθερού  $r$  και όλα τα τόξα σταθερού  $x$  περνούν από το σημείο  $(u = 1, v = 0)$

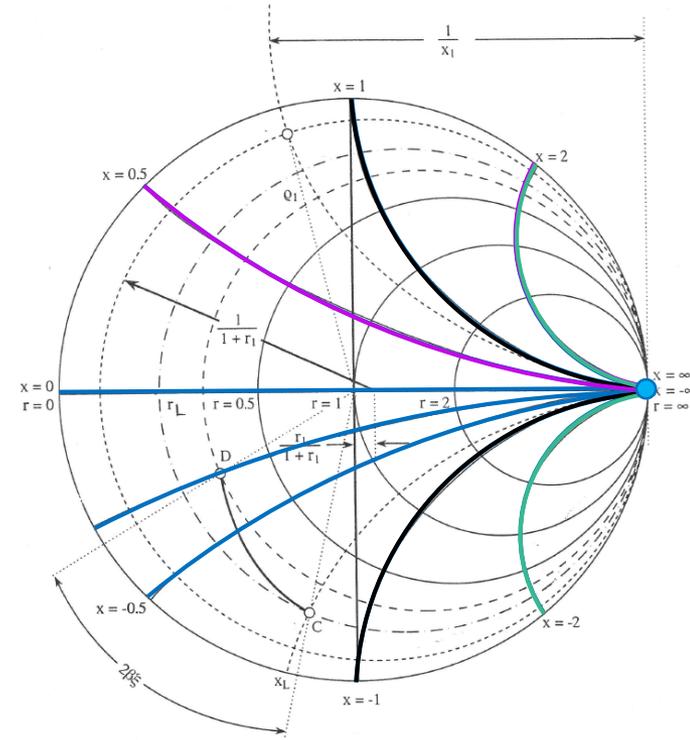


# Κύκλοι (τόξα) σταθερού $x$

$$(u - 1)^2 + \left(v - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2}, \quad -\infty < x < +\infty$$

➤ κέντρο  $\left(1, \frac{1}{x}\right)$ , ακτίνα  $\frac{1}{x}$

- $x \rightarrow \pm\infty$ : κέντρο ( $u = 1, v = 0$ )  
ακτίνα  $\rightarrow 0$  (εκφυλισμός σε σημείο)
- $x \downarrow$ : τεταγμένη κέντρου  $\uparrow$  (+ άξονα  $v = 1$ ), ακτίνα  $\uparrow$
- $x = 0$ : κέντρο ( $u = 1, v \rightarrow \infty$ )  
ακτίνα  $\rightarrow \infty$  (οριζόντιος άξονας  $-u$ )



➤ τα τόξα σταθερού  $x$  τέμνουν τον  $u = 0$  στο σημείο  $v = \frac{1}{x} \left(1 \pm \sqrt{1 - x^2}\right)$

- μόνον τα τόξα σταθερού  $|x| \leq 1$  έχουν σημείο τομής με τον  $u = 0$  εντός του μοναδιαίου κύκλου
- τα τόξα  $|x| = 1$  εφάπτονται στον  $u = 0$  (μία λύση  $v = 1$ ).
- τα τόξα σταθερού  $|x| \geq 1$  δεν έχουν σημεία τομής με τον  $u = 0$ .

➤ τα τόξα σταθερού  $x$  που τέμνουν τον μοναδιαίο κύκλο σε σημεία συμμετρικά ως προς τον  $u = 0$ , αντιστοιχούν σε αντίστροφες τιμές του  $x$ , ενώ τόξα σταθερού  $x$  που τέμνουν τον μοναδιαίο κύκλο σε σημεία συμμετρικά ως προς τον  $v = 0$ , αντιστοιχούν σε αντίθετες τιμές του  $x$  και αντίστροφα.

# Κατασκευή - Εφαρμογές του Χάρτη Smith (1)

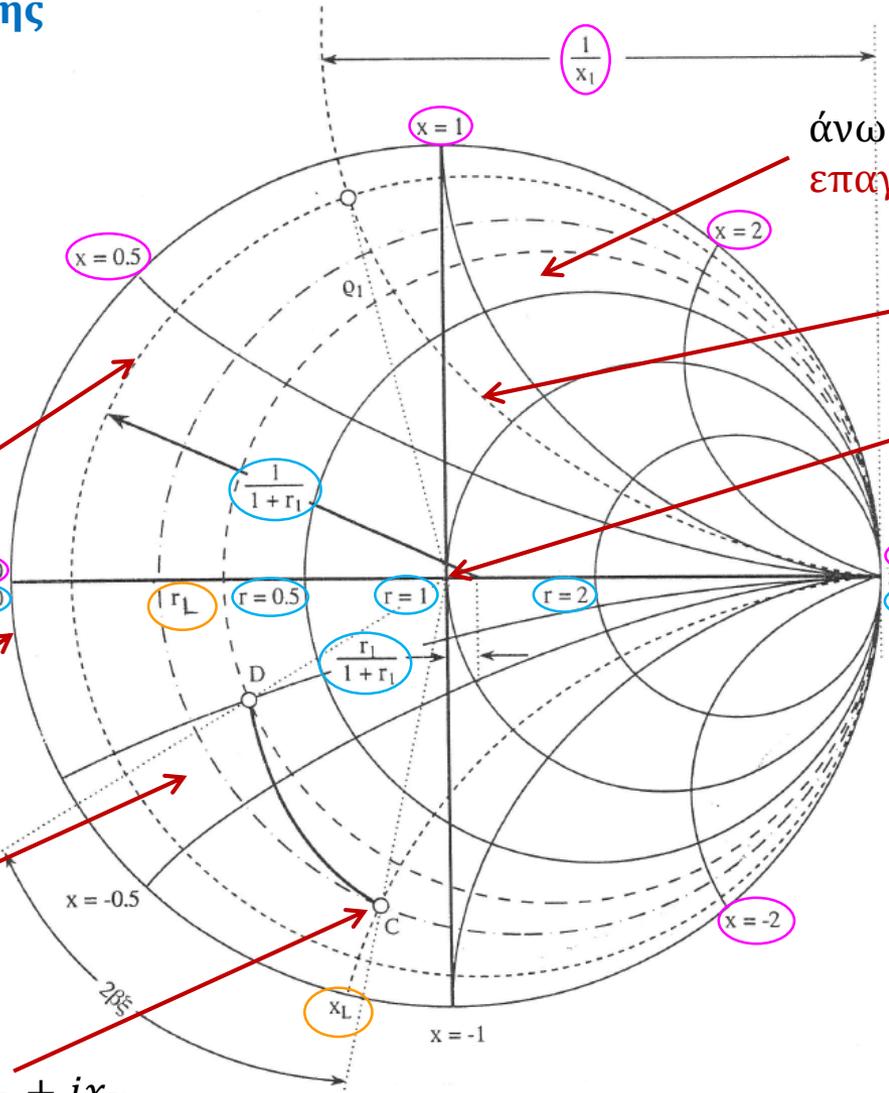
γραφική λύση της εξίσωσης

$$\zeta(\xi) = \frac{1 + \rho(\xi)}{1 - \rho(\xi)}$$

στο μιγαδικό επίπεδο

$$\rho = u + jv = |\rho| \angle \varphi_\rho$$

(μοναδιαίος κύκλος)



κύκλοι σταθερού  $r$

περιφέρεια του χάρτη:  
ολική ανάκλαση ( $|\rho| = 1$ )

κάτω ημικύκλιο:  
χωρητικά φορτία ( $x < 0$ )

ανηγμένη αντίσταση  $\zeta_L = r_L + jx_L$

άνω ημικύκλιο:  
επαγωγικά φορτία ( $x > 0$ )

τόξα σταθερού  $x$

κέντρο του χάρτη:  
προσαρμογή ( $\rho = 0$ )

- βραχυκύκλωμα;
- ανοιχτοκύκλωμα;
- άλλες περιπτώσεις φορτίου που προκαλεί άπειρα στάσιμα στη γραμμή;

➤ αντιστοιχισή  $\zeta_L \leftrightarrow \rho_L$  και γενικά  $\rho(\xi) \leftrightarrow \zeta(\xi)$  για την ίδια θέση πάνω στη γραμμή

# Εφαρμογές του Χάρτη Smith (2)

ανηγμένη αγωγιμότητα

$$\psi(\xi) = \frac{y(\xi)}{y_0} = \frac{z_0}{z(\xi)} = \frac{1}{\zeta(\xi)}$$

$$\psi(\xi) = \frac{1 - \rho(\xi)}{1 + \rho(\xi)} = \frac{1 + (-\rho(\xi))}{1 - (-\rho(\xi))}$$



*η ίδια μαθηματική σχέση, που συνδέει τα  $(\zeta, \rho)$  και απεικονίζεται γραφικά στο χάρτη Smith, συνδέει και τα  $(\psi, -\rho)$*

συμμετρικό του A ως προς το O



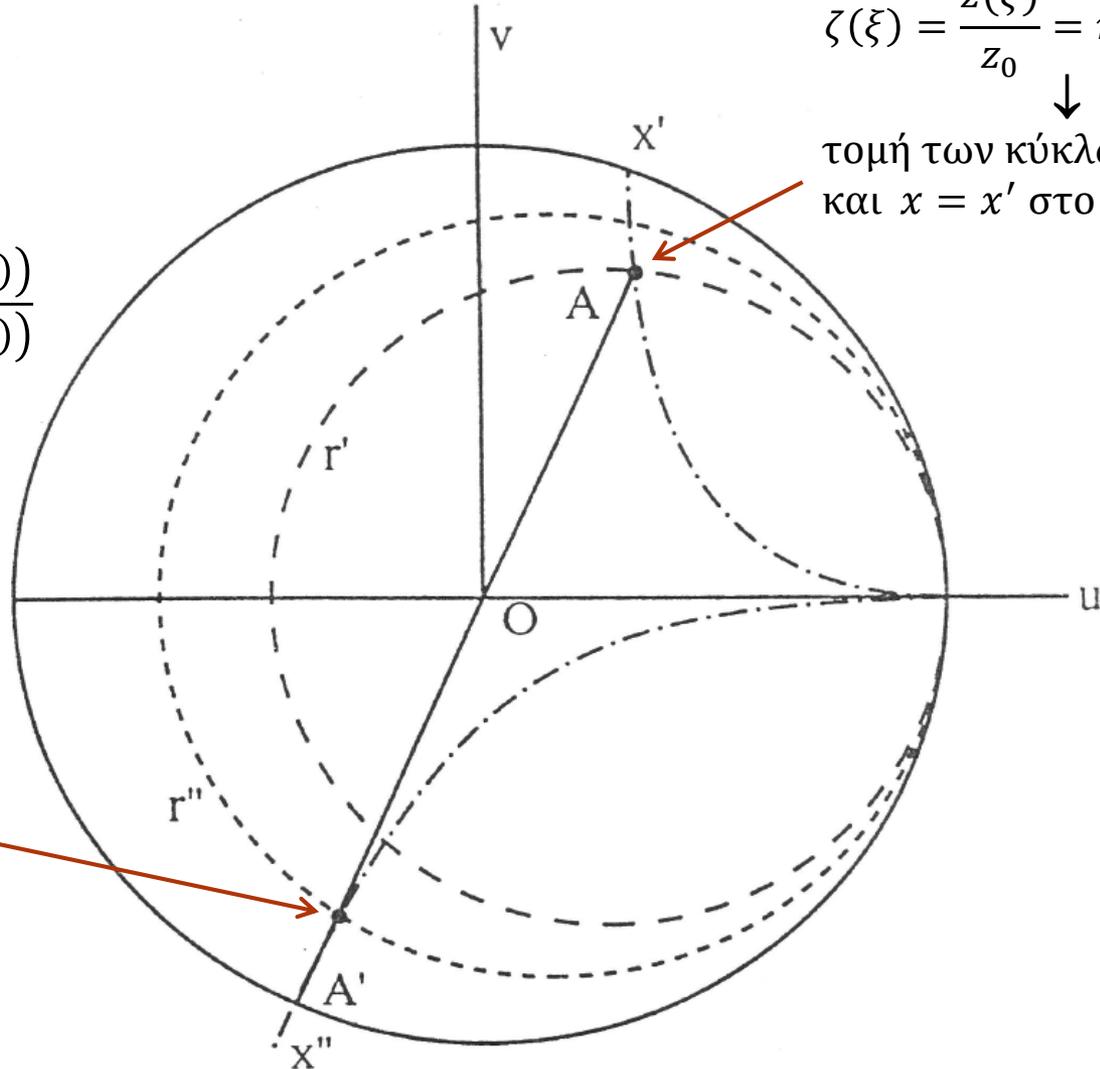
ανηγμένη αγωγιμότητα

$$\psi(\xi) = r'' + jx''$$

$$\zeta(\xi) = \frac{z(\xi)}{z_0} = r' + jx'$$

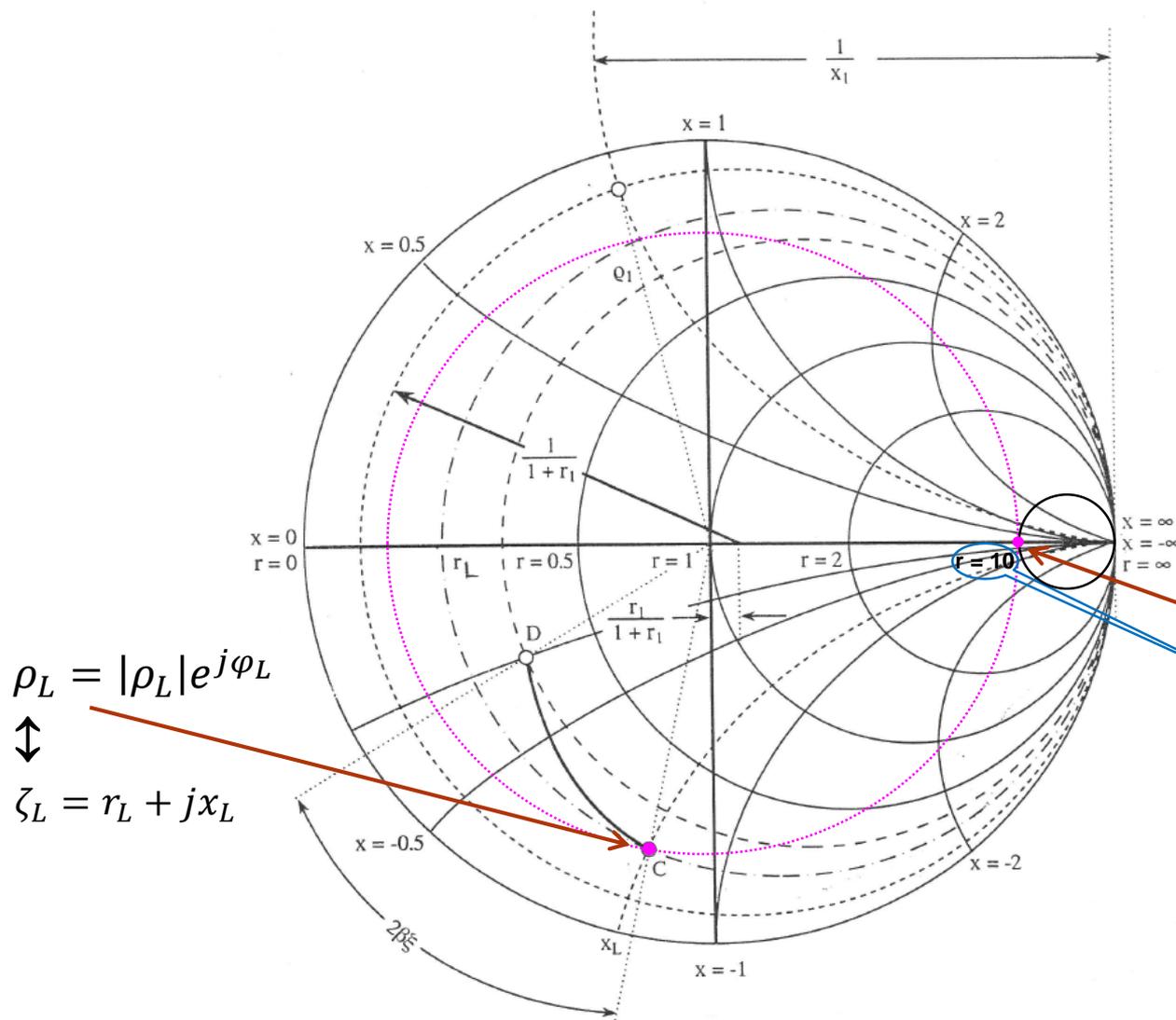


τομή των κύκλων  $r = r'$  και  $x = x'$  στο χάρτη



➤ εύρεση σύνθετης αγωγιμότητας για την **ίδια** θέση πάνω στη γραμμή

# Εφαρμογές του Χάρτη Smith (3)



λόγος στασίμων

$$S(\omega) = \frac{1 + |\rho_L|}{1 - |\rho_L|}$$



η ίδια μαθηματική σχέση, που συνδέει τα  $(\zeta, \rho)$  και απεικονίζεται γραφικά στο χάρτη Smith, συνδέει και τα  $(S, |\rho_L|)$

$$\rho_L = |\rho_L| e^{j\varphi_L}$$



$$\zeta_L = r_L + jx_L$$

$$|\rho_L| = |\rho_L| e^{j0} \in \mathbb{R}$$

$$S = r + j0 \in \mathbb{R}$$

✓ επιβεβαίωση  $S > 1$

➤ εύρεση λόγου στασίμων πάνω στη γραμμή



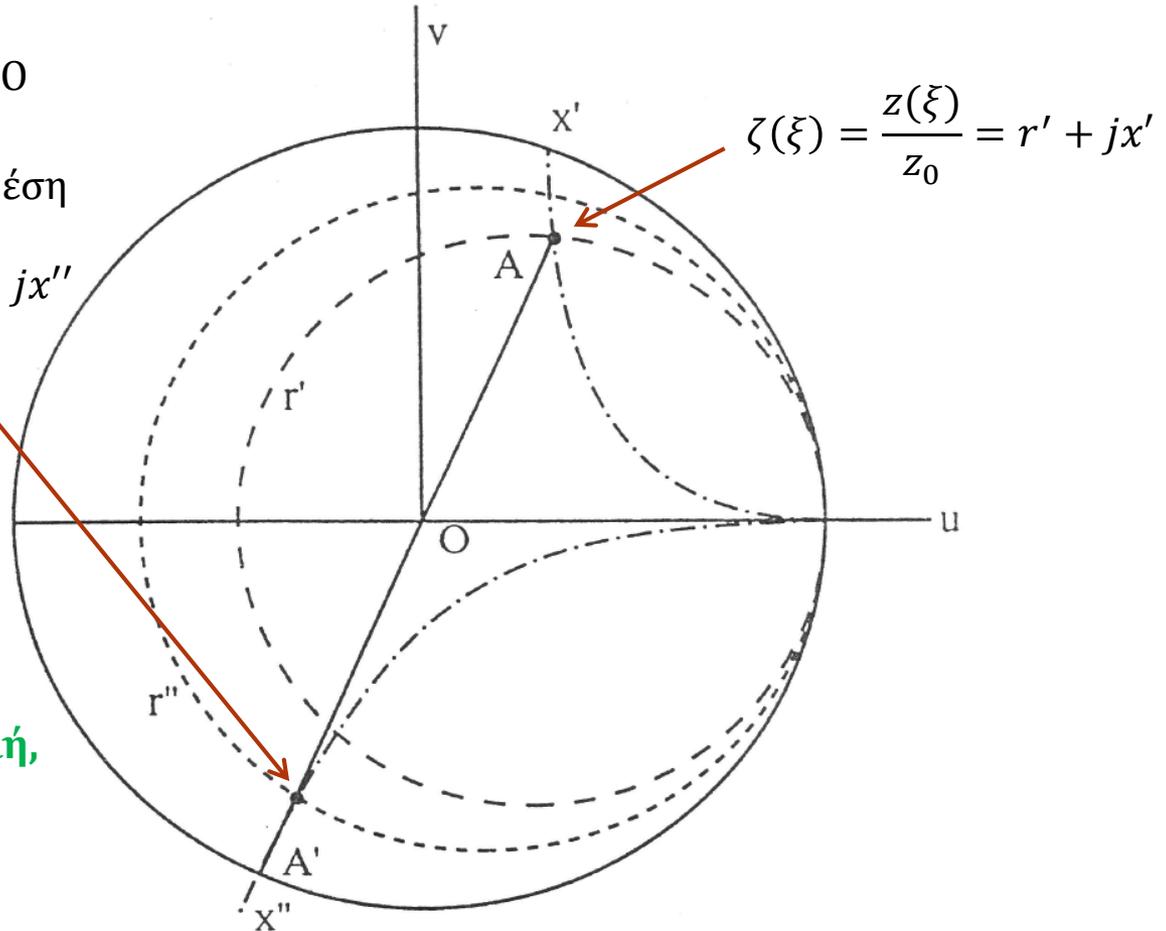
# Εφαρμογές του Χάρτη Smith (5)

$A'$ : συμμετρικό του  $A$  ως προς το  $O$



ανηγμένη αγωγιμότητα στην **ίδια** θέση

$$\psi(\xi) = \frac{1}{\zeta(\xi)} = \frac{1 + (-\rho(\xi))}{1 - (-\rho(\xi))} = r'' + jx''$$



- με βάση τη γνώση περί μετακίνησης πάνω στη γραμμή, τι (άλλο) είναι το σημείο  $A'$ ;
- υπό ποιές συνθήκες;

θέσεις πάνω σε γραμμή **χωρίς απώλειες** που απέχουν  $\lambda/4$



οι  $\zeta$  είναι **αντίστροφες**  
οι  $\rho$  είναι **αντίθετοι**

# Εφαρμογές του Χάρτη Smith (σύνοψη)

- κέντρο του χάρτη: προσαρμογή
  - περιφέρεια του χάρτη: ολικές ανακλάσεις (κύκλος  $r = 0$ !!!)
  - άνω ημικύκλιο: επαγωγικά φορτία ( $x > 0$ )
  - κάτω ημικύκλιο: χωρητικά φορτία ( $x < 0$ )
1. αντιστοίχιση  $\rho(\xi) \leftrightarrow z(\xi)$  για την **ίδια** θέση πάνω στη γραμμή

$$\zeta(\xi) = \frac{z(\xi)}{z_0} = \frac{1 + \rho(\xi)}{1 - \rho(\xi)}$$

2. εύρεση σύνθετης αγωγιμότητας για την **ίδια** θέση πάνω στη γραμμή

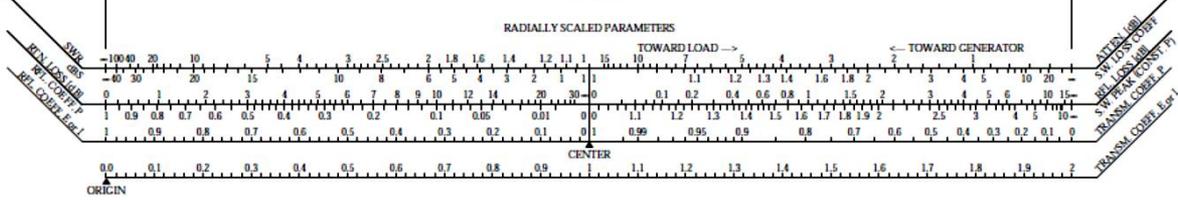
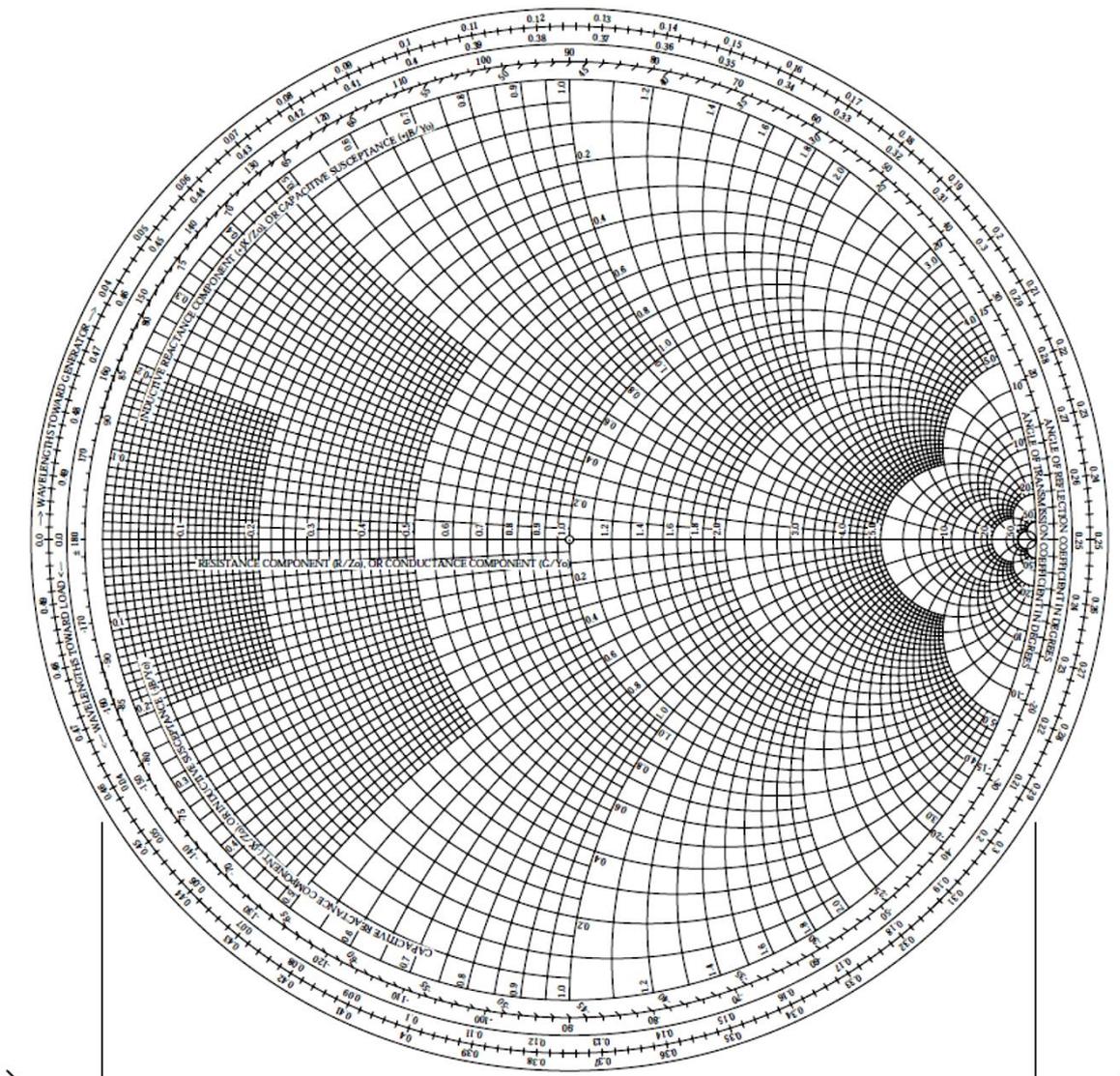
$$\psi(\xi) = \frac{y(\xi)}{y_0} = \frac{z_0}{z(\xi)} = \frac{1}{\zeta(\xi)} = \frac{1 - \rho(\xi)}{1 + \rho(\xi)} = \frac{1 + (-\rho(\xi))}{1 - (-\rho(\xi))}$$

3. εύρεση λόγου στασίμων

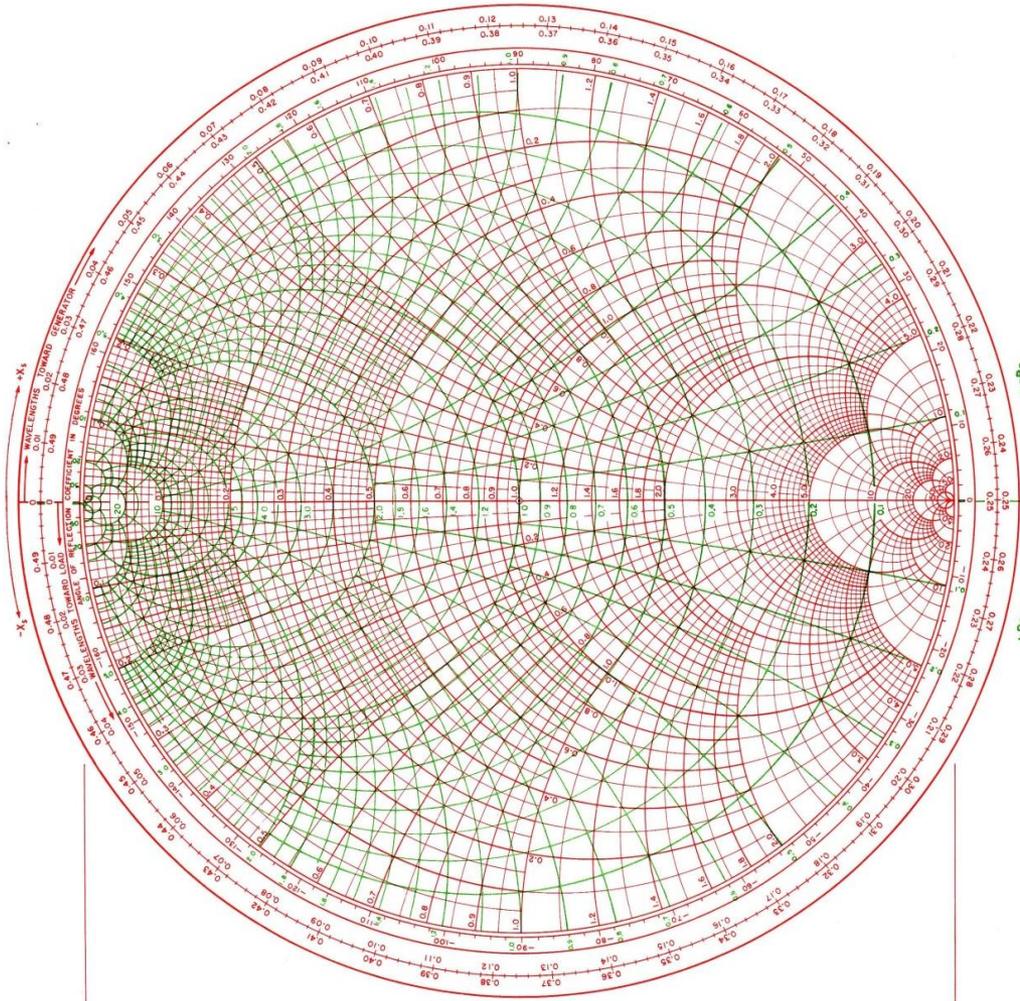
4. **μετακίνηση** πάνω στη γραμμή (στροφή φάσης)

- λογαριθμική ελικοειδής καμπύλη (**κύκλος αν  $\square$  απώλειες**)  $\rho(\xi) = \rho_L e^{-2\gamma\xi}$
- επιβεβαίωση της περιοδικότητας (στροφή  $2\pi$ )

- ❖ **σε θέσεις πάνω σε γραμμή χωρίς απώλειες που απέχουν  $\lambda/4$ , οι  $\zeta$  είναι αντίστροφες και οι  $\rho$  αντίθετοι, και αντίστροφα**



# «Διπλός» Χάρτης Smith



# Γραμμή μεταφοράς χωρίς απώλειες

$$z(\ell) = z_0 \frac{1 + \rho_L e^{-2j\beta\ell}}{1 - \rho_L e^{-2j\beta\ell}} = z_0 \frac{z_L \cos(\beta\ell) + jz_0 \sin(\beta\ell)}{z_L j \sin(\beta\ell) + z_0 \cos(\beta\ell)}$$

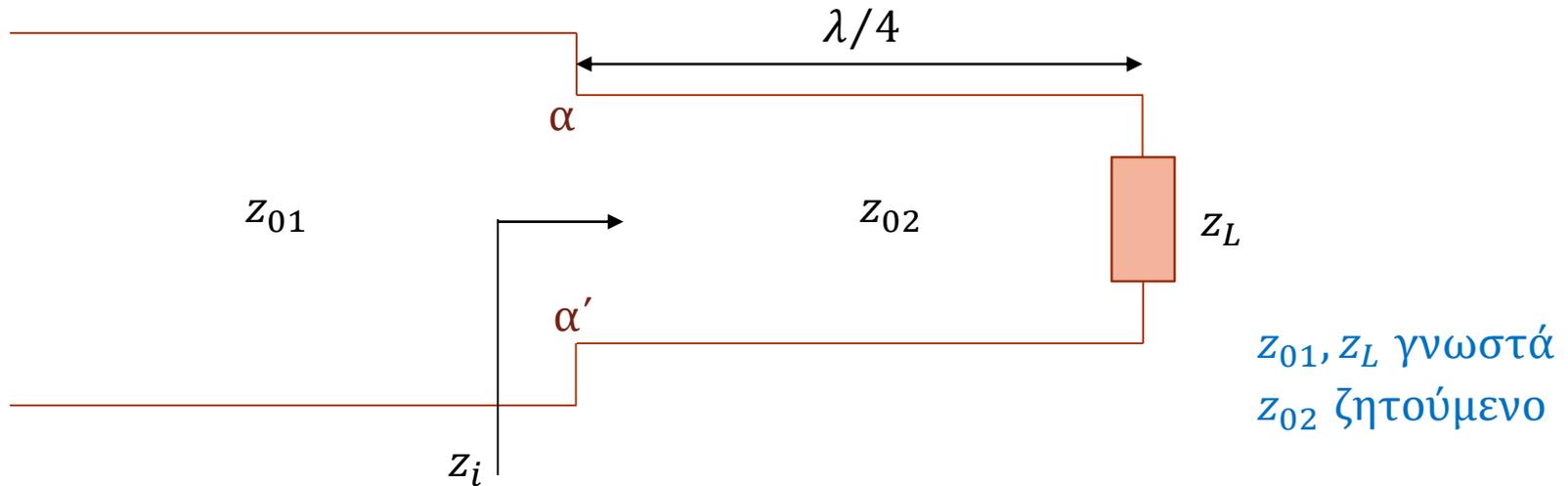
$$z(\ell) = z_0 \frac{\zeta_L + j \tan(\beta\ell)}{1 + j\zeta_L \tan(\beta\ell)} = z_0 \frac{\zeta_L \cot(\beta\ell) + j}{\cot(\beta\ell) + j\zeta_L}$$

$$\zeta_{\beta\rho} = j \tan(\beta\ell), \quad \psi_{\beta\rho} = -j \cot(\beta\ell)$$

$$\zeta_{\text{ανοιχτ}} = -j \cot(\beta\ell), \quad \psi_{\text{ανοιχτ}} = j \tan(\beta\ell)$$

- $\ell$  μετρά από φορτίο προς πηγή
- περιοδικότητα:  $2\beta\ell = 2k\pi \Rightarrow \ell = k \lambda/2$

# Προσαρμογή σύνθετης αντίστασης με μετασχηματιστή $\lambda/4$ (1)



όλες οι γραμμές θεωρούνται χωρίς απώλειες  $\Rightarrow z_{01}, z_{02} \in \mathbb{R}$

**συνθήκη προσαρμογής:** 
$$z_{01} = z_i = z_{02} \frac{1 + \rho_L e^{-2j\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4}}}{1 - \rho_L e^{-2j\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4}}} = z_{02} \frac{1 - \rho_L}{1 + \rho_L} = \frac{z_{02}^2}{z_L}$$

άρα πρέπει 
$$z_{02} = \sqrt{z_{01} z_L}$$

↓

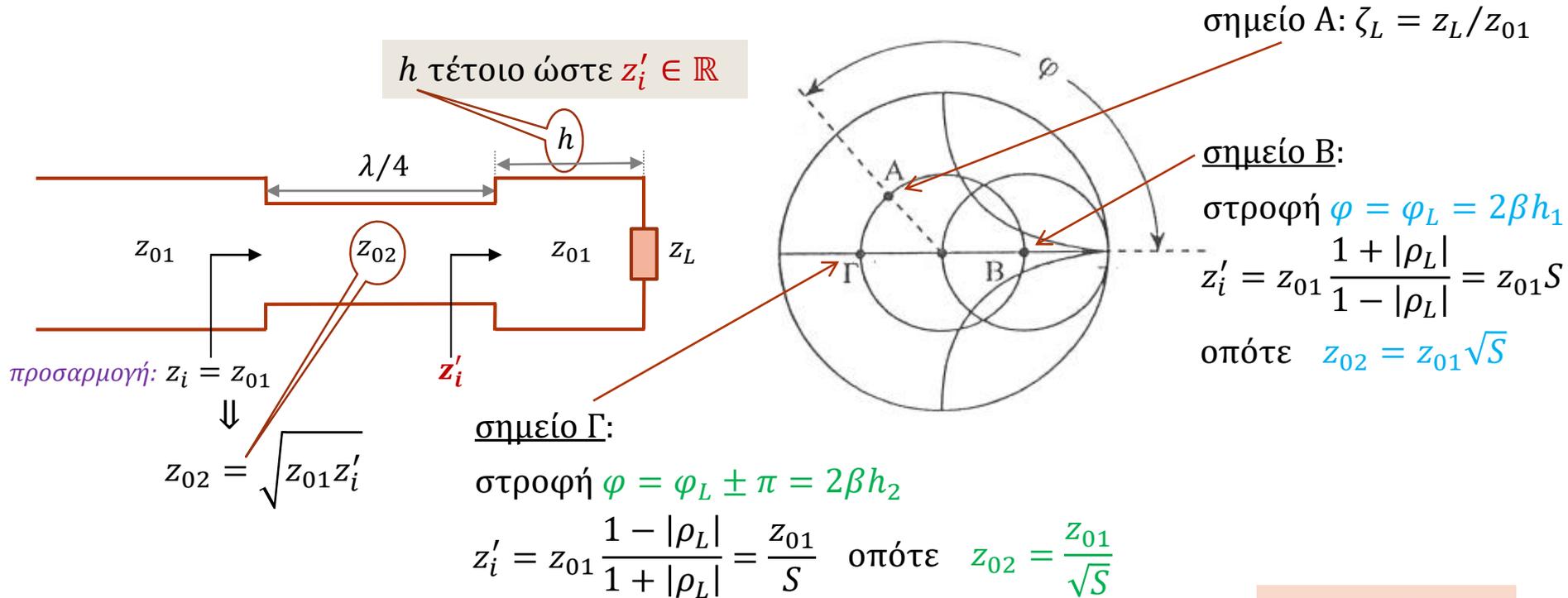
δύσκολο !!

☛ αφού  $z_{01}, z_{02} \in \mathbb{R}$  πρέπει και  $z_L \in \mathbb{R}$  !!!

☒ μήκος  $\lambda/4 \rightarrow$  «φτωχή» διάταξη σε εύρος ζώνης

**εναλλακτική προσέγγιση:** απόσταση  $\frac{\lambda}{4}$ : 
$$\zeta_i = \frac{1}{\zeta_L} \Rightarrow \frac{z_i}{z_{02}} = \frac{z_{02}}{z_L} \Rightarrow z_i = \frac{z_{02}^2}{z_L}$$

# Προσαρμογή σύνθετης αντίστασης με μετασχηματιστή $\lambda/4$ (2)



Αναλυτική λύση:

$$\text{Im}(z'_i) = 0, \quad z'_i = z_{01} \frac{1 + |\rho_L| e^{-j2\beta h + j\varphi_L}}{1 - |\rho_L| e^{-j2\beta h + j\varphi_L}}$$

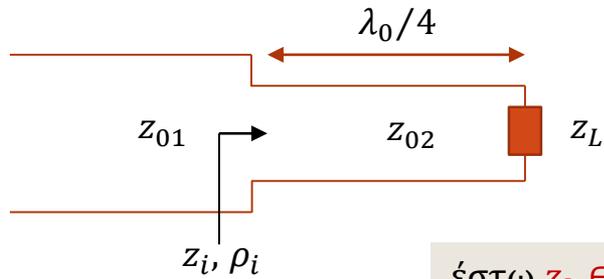
άρα πρέπει  $-2\beta h + \varphi_L = 0$  ή  $-2\beta h + \varphi_L \pm \pi = 0$

για τις δύο λύσεις: στροφή  $\pi \rightarrow$  απόσταση  $\lambda/4 \rightarrow$  αντίστροφες  $z'_i$

$$h_1 = \frac{\varphi_L \lambda}{4\pi}$$

$$h_2 = \frac{\varphi_L \lambda}{4\pi} \pm \frac{\lambda}{4}$$

# Προσαρμογή με μετασχηματιστή $\lambda/4$ σε περιοχή $f_0 \pm \frac{\Delta f}{2}$



**ΠΟΙΟ ΤΟ ΑΝΕΚΤΌ  $\Delta f$  ΩΣΤΕ**

$$|\rho_i| < |\rho_L|_{max}$$

έστω  $z_L \in \mathbb{R}$

$$\rho_i = \frac{z_i - z_{01}}{z_i + z_{01}} \quad \text{όπου} \quad z_i = z_{02} \frac{z_L \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda_0}{4}\right) + jz_{02} \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_0}\right)}{z_L j \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_0}\right) + z_{02} \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_0}\right)} \quad \text{και} \quad z_{02} = \sqrt{z_{01} z_L}$$

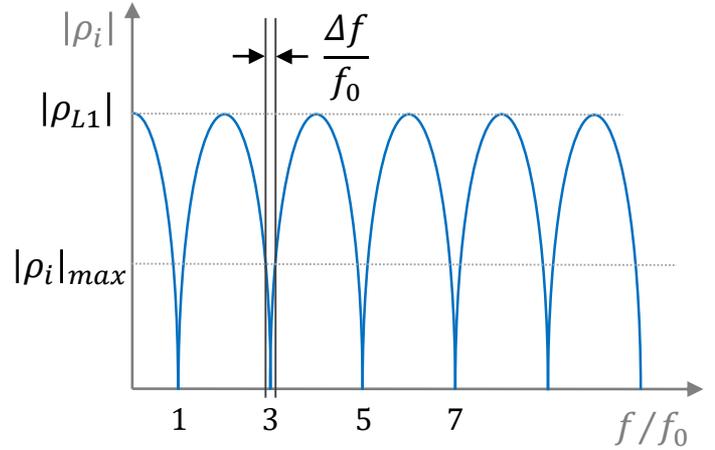
$$\text{και τελικά} \quad \rho_i = \frac{\rho_{L1}}{1 + 2j \frac{\sqrt{z_L z_{01}}}{(z_L + z_{01})} \tan\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_0}\right)} \quad \text{με} \quad \rho_{L1} = \frac{z_L - z_{01}}{z_L + z_{01}}$$

$$\text{οπότε} \quad |\rho_i| = \frac{|\rho_{L1}|}{\sqrt{1 + 4 \frac{z_L z_{01}}{(z_L + z_{01})^2} \tan^2\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_0}\right)}}$$

# Προσαρμογή με μετασχηματιστή $\lambda/4$ σε περιοχή $f_0 \pm \frac{\Delta f}{2}$

$$|\rho_i| = \frac{|\rho_{L1}|}{\sqrt{1 + 4 \frac{z_L z_{01}}{(z_L + z_{01})^2} \tan^2 \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_0} \right)}}$$

- για  $(f/f_0) = (2k + 1)$  μηδενισμοί (προσαρμογή)
- για  $(f/f_0) = 2k$  μέγιστα ( $= |\rho_{L1}|$ )



$$\Delta f \ll f_0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_0} \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_0} \right) \simeq \frac{1}{\cos \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_0} \right)} \gg 1$$

άρα  $|\rho_i| \simeq \frac{|\rho_{L1}|}{\sqrt{1 + 4 \frac{z_L z_{01}}{(z_L + z_{01})^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_0} \right)}} \simeq \frac{|\rho_{L1}|}{\sqrt{4 \frac{z_L z_{01}}{(z_L + z_{01})^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_0} \right)}}$

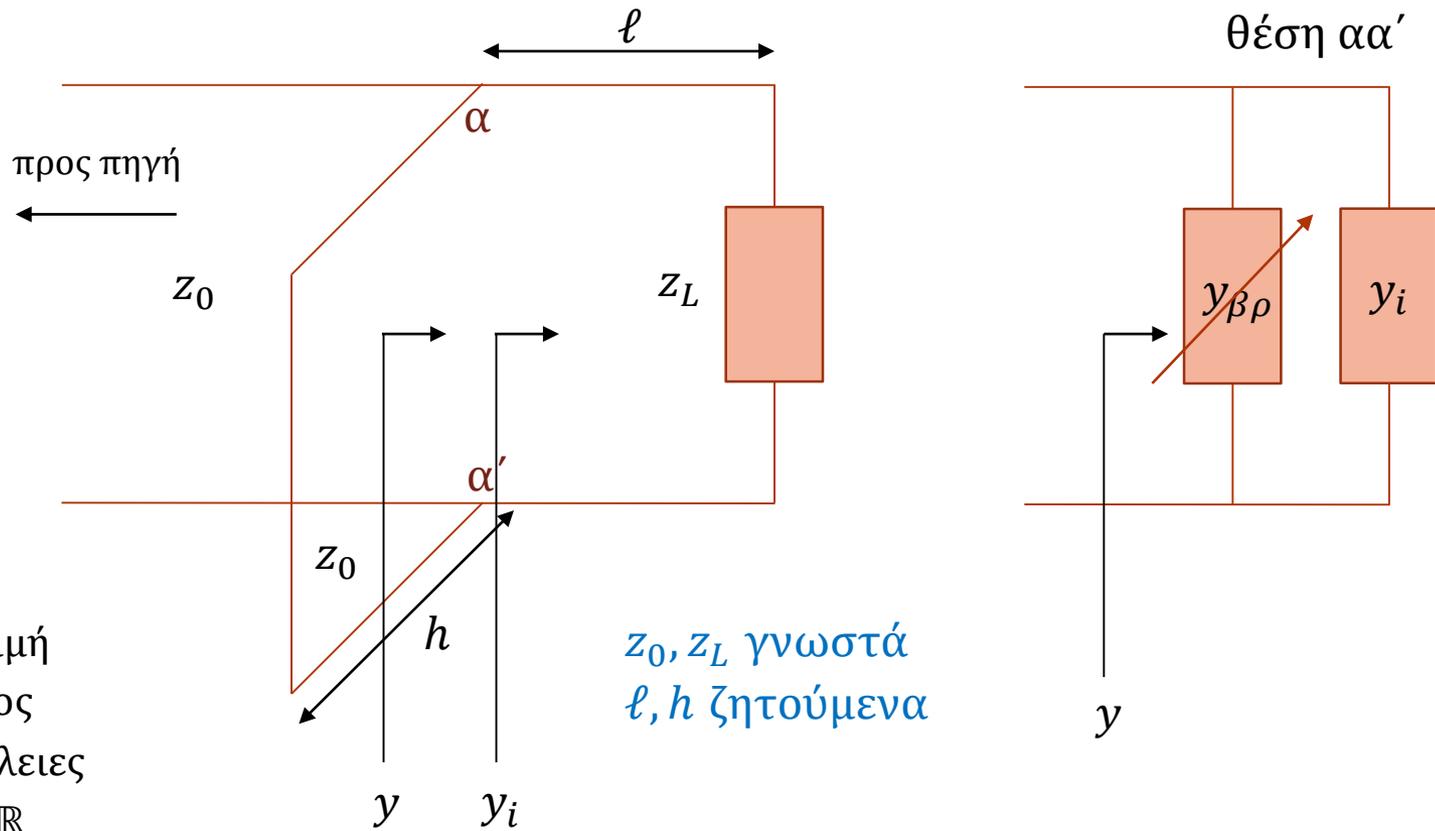
για  $f = f_0 \pm \frac{\Delta f}{2}$  είναι  $|\rho_i| = |\rho_i|_{max}$  οπότε

$$|\rho_i|_{max} = \frac{|\rho_{L1}|}{2\sqrt{z_L z_{01}}} (z_L + z_{01}) \left| \cos \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_0}{f_0} \pm \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Delta f}{2f_0} \right) \right| \Rightarrow \Delta f = \frac{4f_0}{\pi} \sin^{-1} \left[ \frac{2\sqrt{z_L z_{01}} |\rho_i|_{max}}{|z_L - z_{01}|} \right]$$

παρατηρήσεις

$$\Delta f = \frac{4f_0}{\pi} \sin^{-1} \left[ \frac{2\sqrt{z_L z_{01}} |\rho_i|_{max}}{|z_L - z_{01}|} \right]$$

# Προσαρμογή με χρήση ενός παράλληλα συνδεδεμένου βραχυκυκλωμένου στελέχους



κύρια γραμμή  
 και στέλεχος  
 χωρίς απώλειες  
 $\Rightarrow z_0 \in \mathbb{R}$

**συνθήκη προσαρμογής:**  $y_{\beta\rho} + y_i = y_0$  ή  $\psi_{\beta\rho} + \psi_i = 1$

# Αναλυτική λύση για την προσαρμογή με χρήση ενός παράλληλα συνδεδεμένου βραχυκυκλωμένου στελέχους

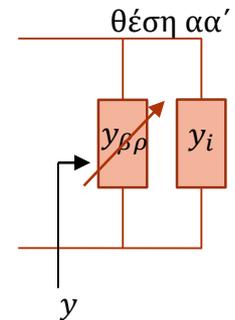
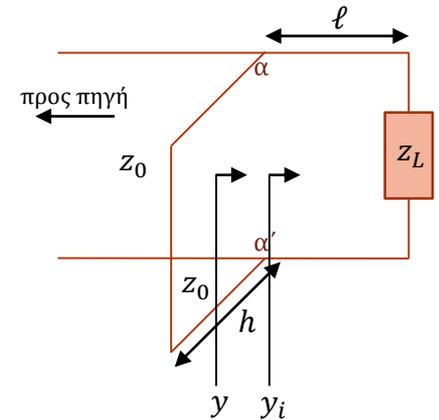
πρέπει  $y_{\beta\rho} + y_i = y_0$  ή  $\psi_{\beta\rho} + \psi_i = 1$  **συνθήκη προσαρμογής**

$$z_{\beta\rho} = z_0 \frac{jz_0 \sin(\beta h)}{z_0 \cos(\beta h)} = jz_0 \tan(\beta h) \Rightarrow \psi_{\beta\rho} = -j \cot(\beta h) = -js$$

$$\psi_i = \frac{jz_L \sin(\beta \ell) + z_0 \cos(\beta \ell)}{z_L \cos(\beta \ell) + jz_0 \sin(\beta \ell)} = \frac{j \tan(\beta \ell) + \psi_L}{1 + j\psi_L \tan(\beta \ell)} = \frac{jt + \psi_L}{1 + j\psi_L t}$$

όπου  $\psi_L = \frac{1}{\zeta_L} = \frac{z_0}{z_L} = g_L + jb_L$

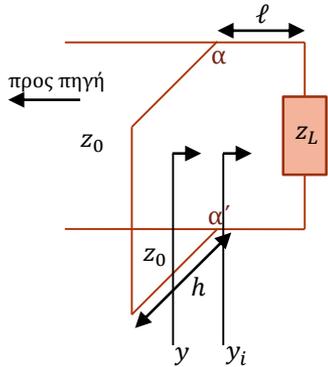
οπότε  $\underbrace{\frac{jt + g_L + jb_L}{1 + jg_L t - b_L t}}_{\psi_i} \underbrace{-js}_{\psi_{\beta\rho}} = 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} t_{1,2} = \frac{-b_L \pm \sqrt{g_L[(1-g_L)^2 + b_L^2]}}{g_L(1-g_L) - b_L^2} \\ s_{1,2} = \frac{1 - b_L t_{1,2} - g_L}{g_L t} \end{array} \right.$



γιατί;

Ξ πάντα λύση!!  
γενικά 2 λύσεις

# Γραφική λύση για την προσαρμογή με χρήση ενός παράλληλα συνδεδεμένου βραχυκυκλωμένου στελέχους



**συνθήκη προσαρμογής:**  $y_{\beta\rho} + y_i = y_0$  ή  $\psi_{\beta\rho} + \psi_i = 1$

αναζήτηση 2 Γ.Τ.( $\psi_i$ )  $\rightarrow$  τομή  $\rightarrow$  λύση



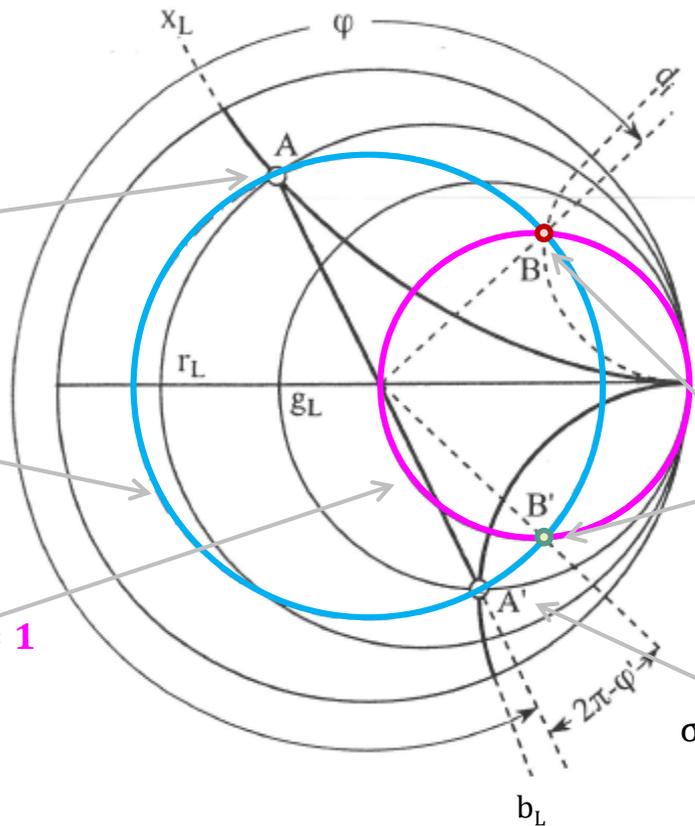
στροφή του  $A'$  προς πηγή  
για τη λύση  $B$ :  $\varphi = 2\beta\ell$   
για τη λύση  $B'$ :  $\varphi' = 2\beta\ell'$

$Im(\psi_i) + Im(\psi_{\beta\rho}) = 0$   
για τη λύση  $B$ :  $Im(\psi_i) = cot(\beta h) = d_i$   
για τη λύση  $B'$ :  $Im(\psi_i) = cot(\beta h')$

$\zeta_L = \frac{Z_L}{Z_0} = r_L + jx_L$   
σημείο A

$\exists$  απώλειες  $\rightarrow$  2<sup>ος</sup> Γ.Τ.( $\psi_i$ )  
ο κύκλος με ακτίνα  $OA'$

συνθήκη προσαρμογής:  
 $\psi_i = 1 - \psi_{\beta\rho}$   
1<sup>ος</sup> Γ.Τ.( $\psi_i$ ) ο κύκλος  $g = 1$



σημεία τομής των δύο Γ.Τ.:  
 $B, B'$  (δύο λύσεις για την  $\psi_i$ )  
 $\exists$  πάντα λύση!!

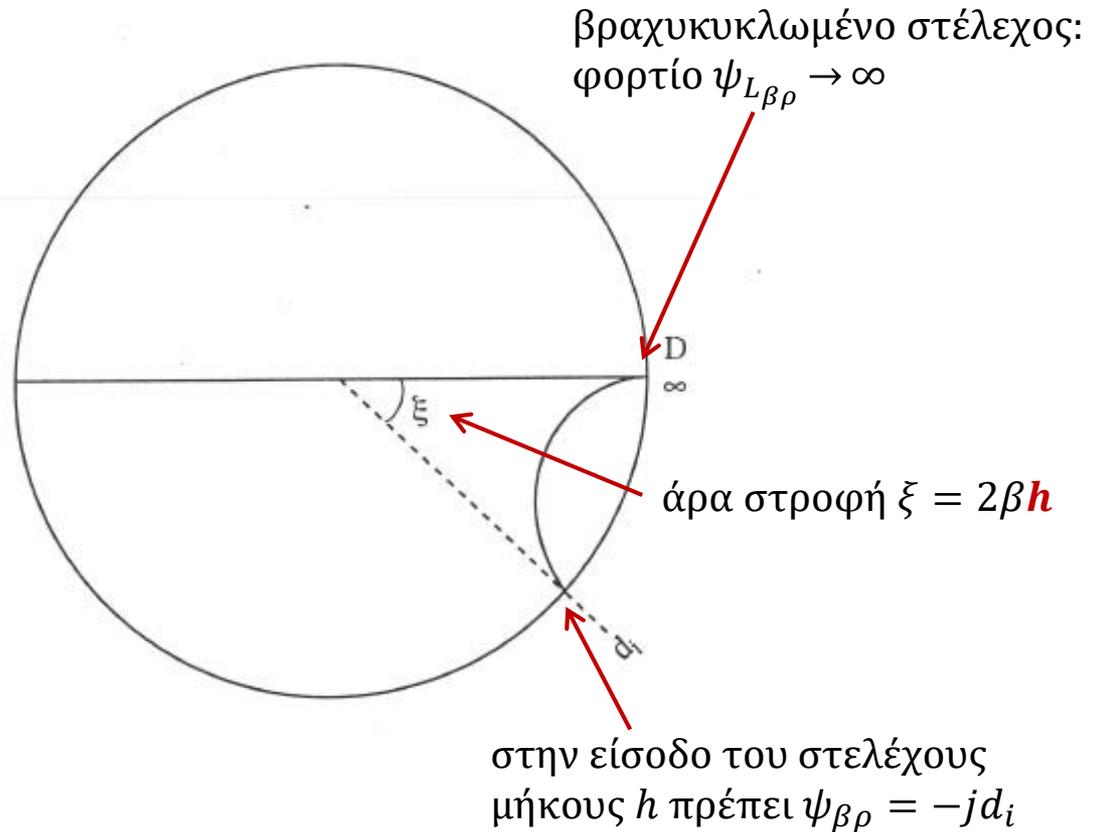
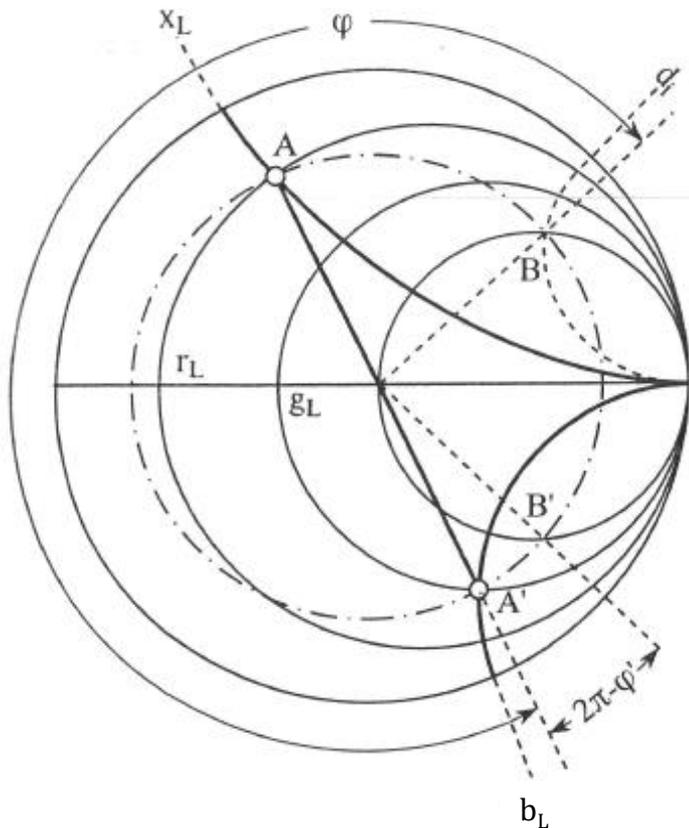
$\psi_L = \frac{1}{\zeta_L} = g_L + jb_L$

σημείο  $A'$  (συμμετρικό του A)

# Γραφική λύση για την προσαρμογή με χρήση ενός παράλληλα συνδεδεμένου βραχυκυκλωμένου στελέχους (σύνοψη βημάτων)

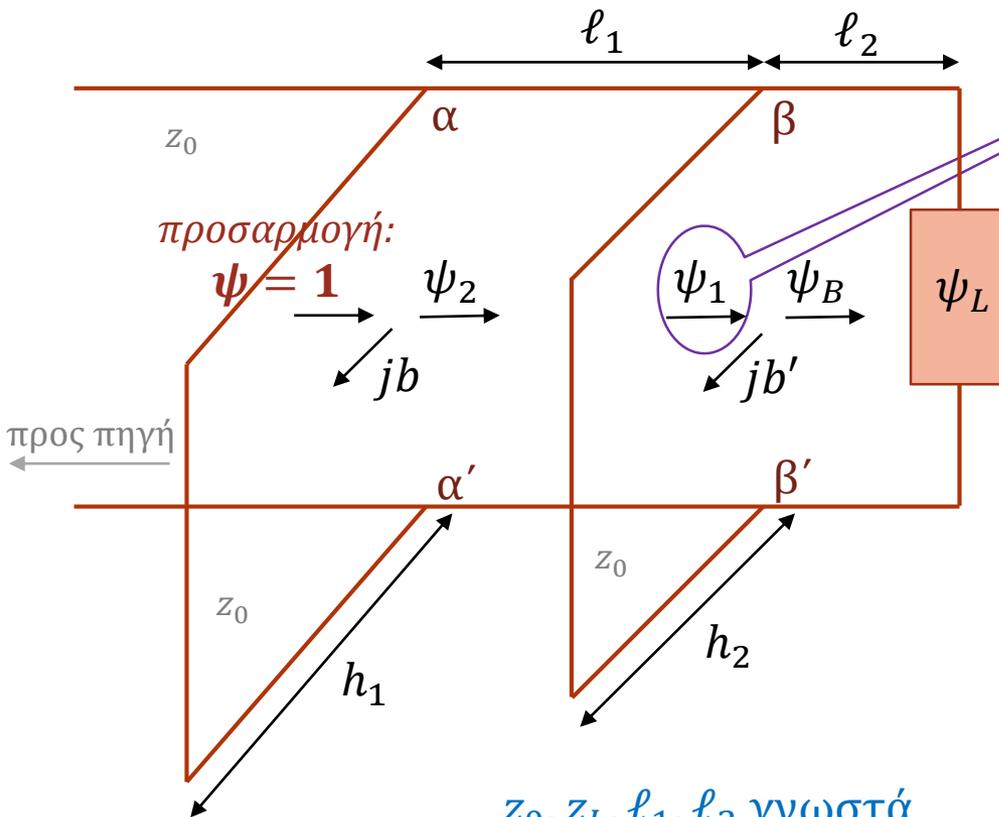
- συνθήκη προσαρμογής:  $\psi_i = 1 - \psi_{\beta\rho} \rightarrow 1^{\text{ος}} \Gamma.Τ.(\psi_i)$  ο κύκλος  $g = 1$
- $\zeta_L = \frac{Z_L}{Z_0} = r_L + jx_L \rightarrow$  σημείο A
- $\psi_L = \frac{1}{\zeta_L} = g_L + jb_L \rightarrow$  σημείο A' (συμμετρικό του A)
- στροφή του A' προς πηγή με σταθερή ακτίνα ( $\nexists$  απώλειες)  
 $\rightarrow 2^{\text{ος}} \Gamma.Τ.(\psi_i)$  ο κύκλος με ακτίνα OA'
- σημεία τομής των δύο Γ.Τ: B, B' (δύο λύσεις για την  $\psi_i$ )  $\exists$  πάντα λύση!!
- $\varphi = 2\beta\ell$
- $Im(\psi_i) = \cot(\beta h)$  ή **γραφικά**

# Γραφική λύση για την προσαρμογή με χρήση ενός παράλληλα συνδεδεμένου βραχυκυκλωμένου στελέχους: εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού του μήκους $h$ του στελέχους



# Προσαρμογή με χρήση δύο παράλληλων βραχυκυκλωμένων στελεχών

αναζήτηση 2 Γ.Τ.( $\psi_i$ )  $\rightarrow$  τομή  $\rightarrow$  λύση



προσαρμογή:

$$\psi = 1 \rightarrow \psi_2$$

$$jb$$

$$\psi_1 \rightarrow \psi_B$$

$$jb'$$

προς πηγή

$$\alpha'$$

$$\beta'$$

$$z_0, h_1$$

$$z_0, h_2$$

$z_0, z_L, l_1, l_2$  γνωστά  
 $h_1, h_2$  ζητούμενα

κύρια γραμμή και στελέχη χωρίς απώλειες  
 $\Rightarrow z_0 \in \mathbb{R}$

• θέση  $\alpha\alpha'$ :

$$\psi_2 = 1 - \psi_{\beta\rho 1} = 1 - jb$$

$$\Rightarrow \text{Im}(\psi_2) = \cot(\beta h_1)$$

Γ.Τ.( $\psi_2$ )

• μετακίνηση του Γ.Τ.( $\psi_2$ ) κατά  $l_1$  προς φορτίο  $\rightarrow$  1<sup>ος</sup> Γ.Τ.( $\psi_1$ )

• θέση  $\beta\beta'$ :

γιατί; γνωστό

$$\psi_1 = \psi_B + \psi_{\beta\rho 2} = \psi_B + jb'$$

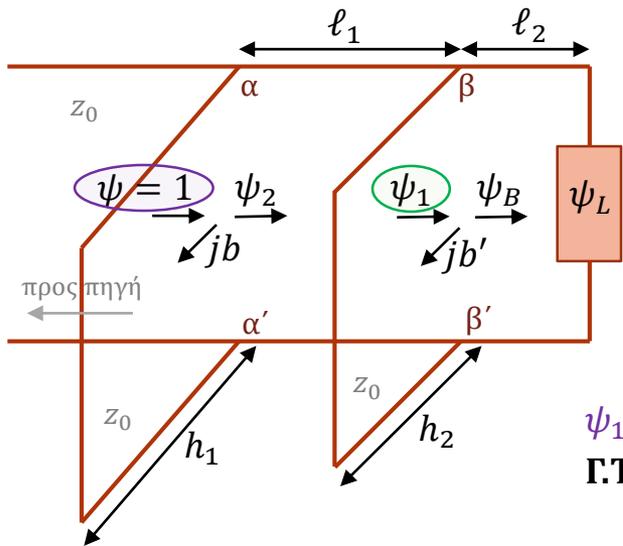
$$\Rightarrow \psi_1 - \psi_B = -jcot(\beta h_2)$$

Γ.Τ.( $\psi_1$ )

• 2<sup>ος</sup> Γ.Τ.( $\psi_1$ ):  $\text{Re}(\psi_1) = \text{Re}(\psi_B)$

• τομή των 2 Γ.Τ.  $\rightarrow$  λύση (~~Α~~ πάντοτε)

# Γραφική λύση για την προσαρμογή με χρήση δύο παράλληλων βραχυκυκλωμένων στελεχών



στροφή  $\Gamma.T.(\psi_2)$  κατά  $\varphi_1 = 2\beta\ell_1$  προς φορτίο  
 $\Gamma.T.(\psi_1)$

συνθήκη προσαρμογής  
 $\psi_2 = 1 - \psi_{\beta\rho 1} = 1 - jb$   
 $\Gamma.T.(\psi_2) : Re(\psi_2) = 1$

$\psi_1 = \psi_B + \psi_{\beta\rho 2} = \psi_B + jb'$   
 $\Gamma.T.(\psi_1) : Re(\psi_1) = Re(\psi_B)$

**τομή των 2 κύκλων  $\Gamma.T.(\psi_1) = \text{λύση}$**

2 λύσεις  $\Gamma_1(\psi_{1,\Gamma})$  και  $\Delta_1(\psi_{1,\Delta})$

στροφή  $\Gamma_1(\psi_{1,\Gamma})$  κατά  $\varphi_1 = 2\beta\ell_1$  προς πηγή  $\Rightarrow \Gamma_2(\psi_{2,\Gamma})$

στροφή  $\Delta_1(\psi_{1,\Delta})$  κατά  $\varphi_1 = 2\beta\ell_1$  προς πηγή  $\Rightarrow \Delta_2(\psi_{2,\Delta})$

άρα προκύπτουν ζεύγη λύσεων

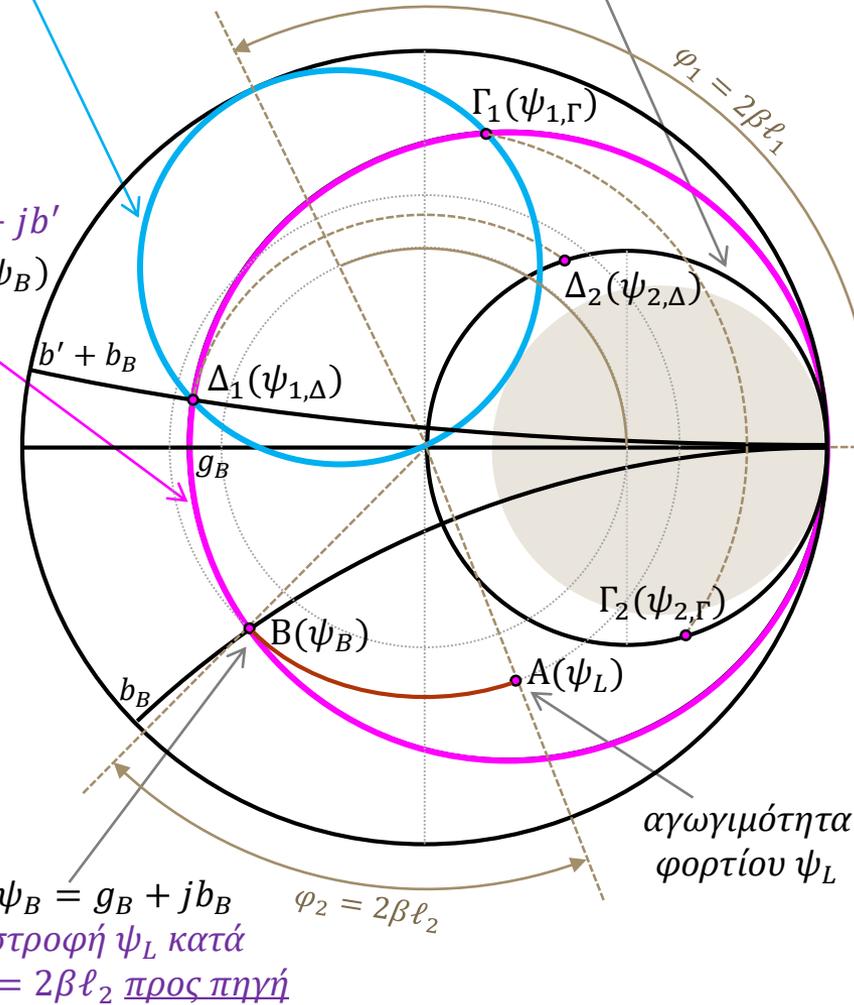
$\{\Gamma_1(\psi_{1,\Gamma}), \Gamma_2(\psi_{2,\Gamma})\}$  και  $\{\Delta_1(\psi_{1,\Delta}), \Delta_2(\psi_{2,\Delta})\}$

και τα αντίστοιχα ζεύγη λύσεων για τα μήκη των στελεχών

$$\psi_{1,\Gamma} - \psi_B = -jcot(\beta h_{2,\Gamma}) \quad Im(\psi_{2,\Gamma}) = cot(\beta h_{1,\Gamma})$$

$$\psi_{1,\Delta} - \psi_B = -jcot(\beta h_{2,\Delta}) \quad Im(\psi_{2,\Delta}) = cot(\beta h_{1,\Delta})$$

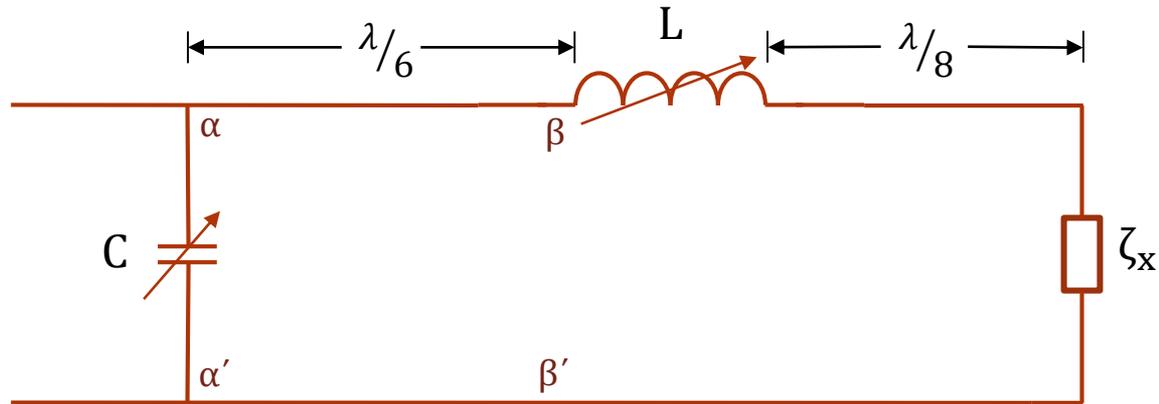
**≠ πάντα λύση!!!**



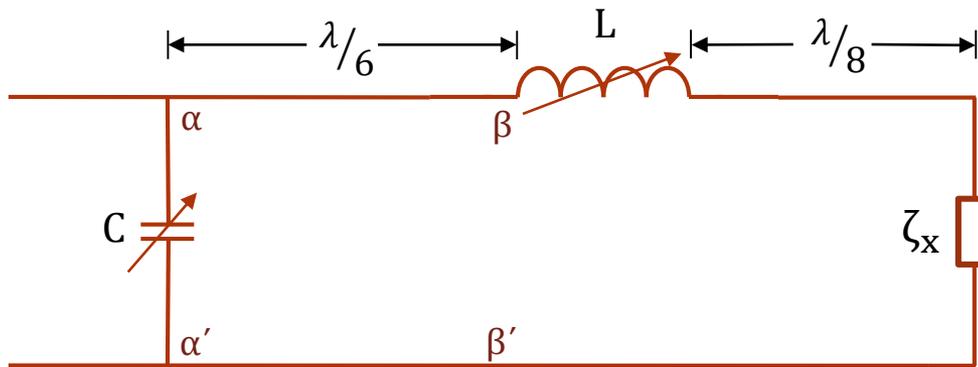
$\psi_B = g_B + jb_B$   
 στροφή  $\psi_L$  κατά  $\varphi_2 = 2\beta\ell_2$  προς πηγή

αγωγιμότητα φορτίου  $\psi_L$

# Άσκηση 1



- εναέρια γραμμή μεταφοράς χωρίς απώλειες με  $z_0 = 50 \Omega$
- $0.2 \text{ pF} \leq C \leq 0.7 \text{ pF}$
- $0.3 \text{ nH} \leq L \leq 0.8 \text{ nH}$
- $f = 5 \text{ GHz}$
- **ζητείται** να προσδιοριστεί γραφικά ο γεωμετρικός τύπος του ανηγμένου φορτίου  $\zeta_x$  για να πετύχουμε προσαρμογή στο τμήμα γραμμής μεταξύ της πηγής και του παράλληλα συνδεδεμένου μεταβλητού πυκνωτή



εναέρια γραμμή μεταφοράς χωρίς απώλειες  
 $z_0 = 50 \Omega$   
 $0.2 \text{ pF} \leq C \leq 0.7 \text{ pF}$   
 $0.3 \text{ nH} \leq L \leq 0.8 \text{ nH}$   
 $f = 5 \text{ GHz}$

## Λύση

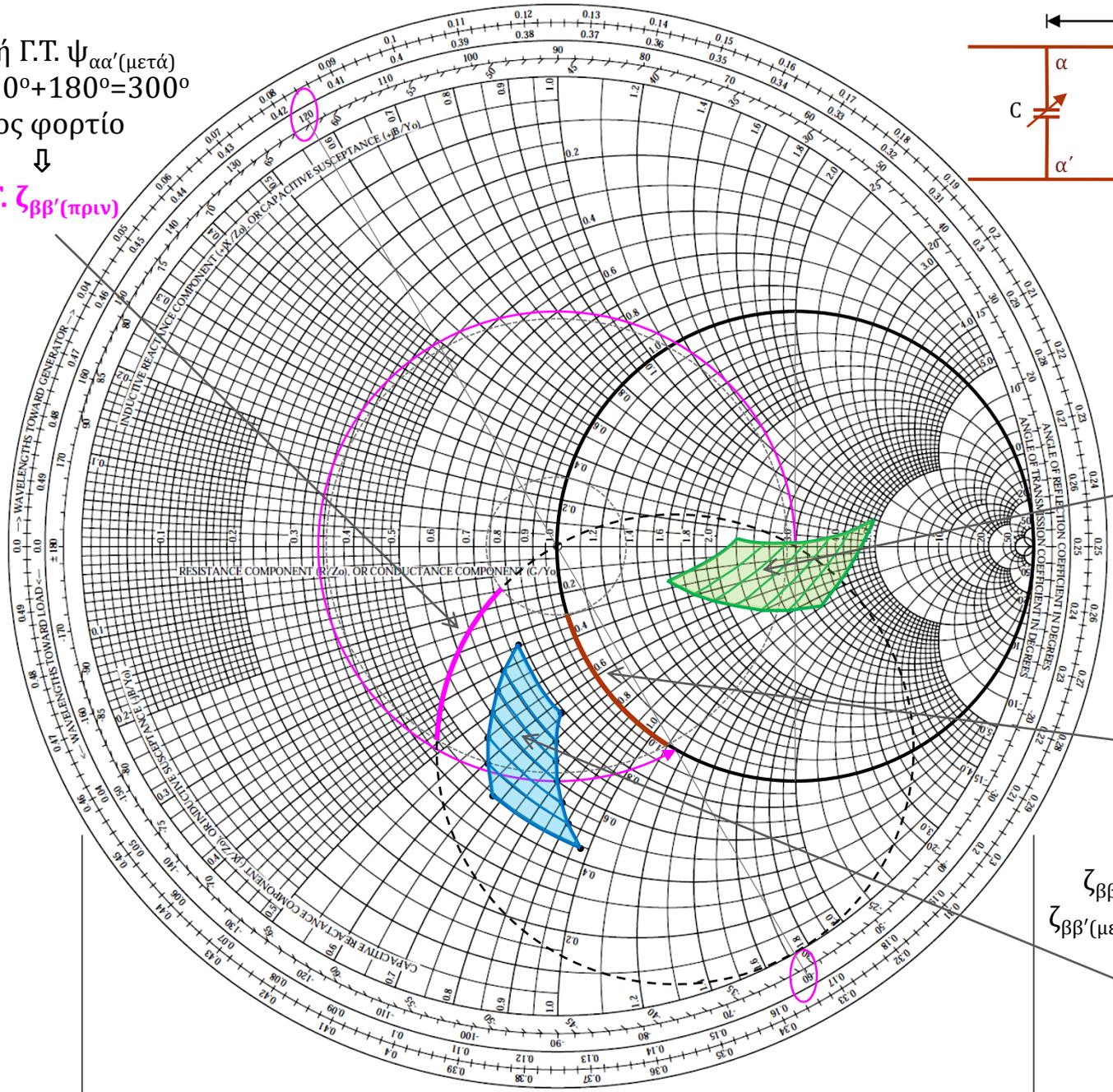
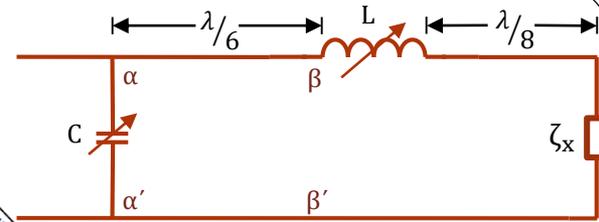
$$\psi_C = j\omega C z_0 = j2\pi \cdot 5 \cdot 10^9 \cdot 50 \cdot 10^{-12} \cdot [0.2, 0.7] \rightarrow 0.3 \leq \text{Im}(\psi_C) \leq 1.1$$

$$\zeta_L = j\omega L / z_0 = j2\pi \cdot 5 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9} \cdot [0.3, 0.8] / 50 \rightarrow 0.2 \leq \text{Im}(\zeta_L) \leq 0.5$$

- **συνθήκη προσαρμογής:**  $\Psi_{\alpha\alpha'(\text{μετά})} = 1 - \psi_C = 1 - j[0.3, 1.1]$  (τόξο στο χάρτη Smith)
- για να μετακινηθούμε από τη θέση  $\alpha\alpha'$  στη θέση  $\beta\beta'$  πραγματοποιούμε **στροφή**  $\varphi = 2(2\pi/\lambda)(\lambda/6) = 120^\circ$  προς το φορτίο **και** λαμβάνοντας το **συμμετρικό** σημείο έχουμε την ανηγμένη αντίσταση πριν το  $\beta\beta' \rightarrow \zeta_{\beta\beta'(\text{πριν})}$  (συνολική στροφή **300°**) (τόξο στο χάρτη Smith)
- $\zeta_{\beta\beta'(\text{πριν})} = \zeta_{\beta\beta'(\text{μετά})} + \zeta_L \rightarrow \zeta_{\beta\beta'(\text{μετά})} = \zeta_{\beta\beta'(\text{πριν})} - j[0.2, 0.5]$   
(πρόκειται για **χωρίο** και όχι απλά για τόξο στο χάρτη Smith)
- το τμήμα της γραμμής πριν το φορτίο έχει μήκος  $\lambda/8$ , συνεπώς απαιτείται **στροφή**  $\varphi = 2(2\pi/\lambda)(\lambda/8) = 90^\circ$  για να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος του ανηγμένου φορτίου  $\zeta_x$

στροφή Γ.T.  $\Psi_{\alpha\alpha'}$  (μετά)  
 κατά  $120^\circ + 180^\circ = 300^\circ$   
 προς φορτίο

Γ.T.  $\zeta_{\beta\beta'}$  (πριν)



στροφή Γ.T.  $\zeta_{\beta\beta'}$  (μετά)  
 κατά  $90^\circ$  προς φορτίο

Γ.T.  $\zeta_x$

$$\Psi_{\alpha\alpha'}(\text{μετά}) = 1 - \Psi_C \rightarrow$$

$$\Psi_{\alpha\alpha'}(\text{μετά}) = 1 - j[0.3, 1.1]$$

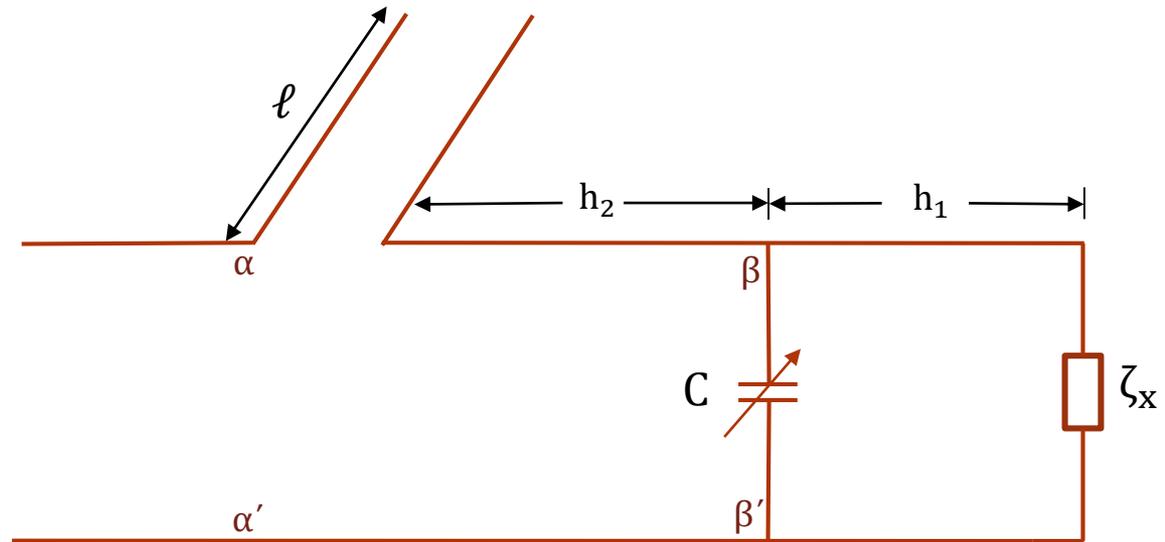
Γ.T.  $\Psi_{\alpha\alpha'}$  (μετά)

$$\zeta_{\beta\beta'}(\text{πριν}) = \zeta_{\beta\beta'}(\text{μετά}) + \zeta_L \rightarrow$$

$$\zeta_{\beta\beta'}(\text{μετά}) = \zeta_{\beta\beta'}(\text{πριν}) - j[0.2, 0.5]$$

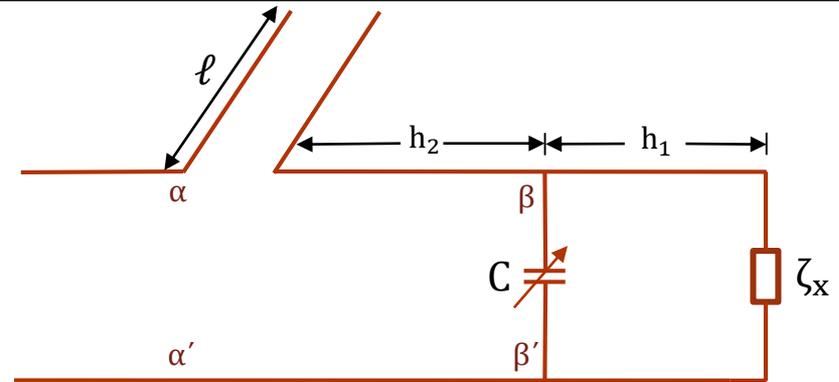
Γ.T.  $\zeta_{\beta\beta'}$  (μετά)

# Άσκηση 2



- εναέρια γραμμή μεταφοράς χωρίς απώλειες
- σε απόσταση  $h_1 = 25 \text{ mm}$  από το άγνωστο φορτίο  $z_x$  συνδέεται παράλληλα μεταβλητός πυκνωτής με χωρητικότητα  $C$  που μπορεί να μεταβάλλεται στην περιοχή  $[0.2 \text{ pF}, 0.5 \text{ pF}]$
- σε απόσταση  $h_2 = 10 \text{ mm}$  από το μεταβλητό πυκνωτή προς την πηγή συνδέεται σε σειρά ανοιχτοκυκλωμένο στέλεχος χωρίς απώλειες και με μήκος  $l$  που μπορεί να μεταβάλλεται στην περιοχή  $[12.5 \text{ mm}, 25 \text{ mm}]$
- $f = 3 \text{ GHz}$  και  $z_0 = 50 \Omega$  για την κύρια γραμμή και το ανοιχτοκυκλωμένο στέλεχος
- **Ζητείται** να προσδιοριστεί γραφικά ο γεωμετρικός τύπος του ανηγμένου φορτίου  $z_x$  για να έχουμε προσαρμογή στο τμήμα της γραμμής μεταξύ της πηγής και του ανοιχτοκυκλωμένου στελέχους

εναέρια γραμμή μεταφοράς χωρίς απώλειες  
 $f = 3 \text{ GHz}, z_0 = 50 \Omega$   
 $h_1 = 25 \text{ mm}, 0.2 \text{ pF} \leq C \leq 0.5 \text{ pF}$   
 $h_2 = 10 \text{ mm}, 12.5 \text{ mm} \leq \ell \leq 25 \text{ mm}$



## Λύση

$$f = 3 \text{ GHz} \rightarrow \lambda = c/f = 10 \text{ cm}$$

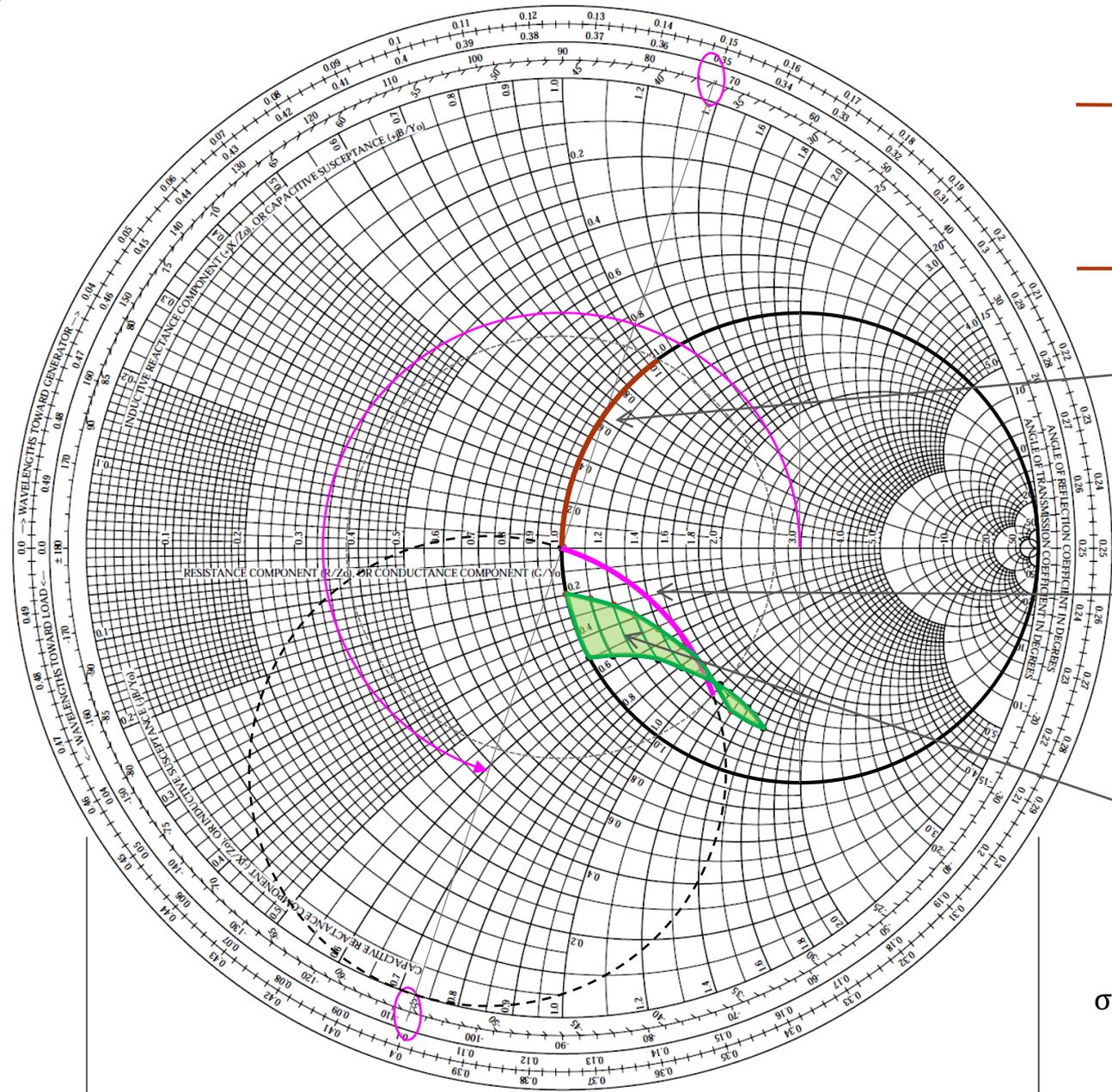
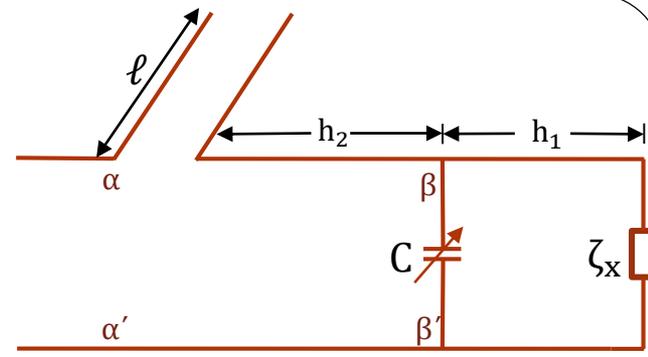
- $h_1 = 2.5 \text{ cm} = \lambda/4 \rightarrow$  στροφή  $2\beta h_1 = \pi$
- $h_2 = 1 \text{ cm} = \lambda/10 \rightarrow$  στροφή  $2\beta h_2 = 2\pi/5 = 72^\circ$

$$z_{\text{ανοιχτ}} = z_0 (\cos(\beta\ell) / j\sin(\beta\ell)) \rightarrow \zeta_{\text{ανοιχτ}} = -j\cot(\beta\ell)$$

- $12.5 \text{ mm} \leq \ell \leq 25 \text{ mm} \rightarrow \lambda/8 \leq \ell \leq \lambda/4 \rightarrow \pi/4 \leq \beta\ell \leq \pi/2 \rightarrow 0 \leq \cot(\beta\ell) \leq 1$

$$\psi_C = j\omega C z_0 = j2\pi \cdot 3 \cdot 10^9 \cdot 50 \cdot 10^{-12} \cdot [0.2, 0.5] \rightarrow 0.2 \leq \text{Im}(\psi_C) \leq 0.5$$

- $\zeta_{\alpha\alpha'(\text{μετά})} = 1 + j\cot(\beta\ell)$ , άρα  $\text{Re}(\zeta_{\alpha\alpha'(\text{μετά})}) = 1$  και  $0 \leq \text{Im}(\zeta_{\alpha\alpha'(\text{μετά})}) \leq 1$  (**τόξο** στο χάρτη Smith)
- με **στροφή** του Γ.Τ.  $\zeta_{\alpha\alpha'(\text{μετά})}$  κατά  $2\beta h_2 = 72^\circ$  προς φορτίο βρίσκουμε τον Γ.Τ.  $\zeta_{\beta\beta'(\text{πριν})}$  **και** λαμβάνοντας τον **συμμετρικό** του στο χάρτη Smith προσδιορίζουμε τον **Γ.Τ.  $\psi_{\beta\beta'(\text{πριν})}$**  (συνολική στροφή  $72^\circ + 180^\circ = -108^\circ$ ) (**τόξο** στο χάρτη Smith)
- $\psi_{\beta\beta'(\text{πριν})} = \psi_{\beta\beta'(\text{μετά})} + \psi_C \rightarrow \psi_{\beta\beta'(\text{μετά})} = \psi_{\beta\beta'(\text{πριν})} - j[0.2, 0.5]$  (πρόκειται για **χωρίο** και όχι απλά για τόξο στο χάρτη Smith)
- με **στροφή** του Γ.Τ.  $\psi_{\beta\beta'(\text{μετά})}$  κατά  $2\beta h_1 = 180^\circ$  προσδιορίζουμε τον Γ.Τ.  $\psi_x$  **και** λαμβάνοντας τον **συμμετρικό** του στο χάρτη Smith προσδιορίζουμε τον Γ.Τ.  $\zeta_x$
- άρα **Γ.Τ.  $(\zeta_x) = \text{Γ.Τ. } (\psi_{\beta\beta'(\text{μετά})})$**



**Γ.T.  $\zeta_{\alpha\alpha'}$ (μετά) =  $1 - \zeta_{\text{ανοιχτ}} = 1 + j[0, 1]$**

στροφή Γ.T.  $\zeta_{\alpha\alpha'}$ (μετά) κατά  $72^\circ + 180^\circ = -108^\circ$  προς φορτίο



**Γ.T.  $\Psi_{\beta\beta'}$ (πριν)**

$\Psi_{\beta\beta'}(\pi\text{ριν}) = \Psi_{\beta\beta'}(\text{μετά}) + \Psi_C \rightarrow$   
 $\Psi_{\beta\beta'}(\text{μετά}) = \Psi_{\beta\beta'}(\pi\text{ριν}) - j[0.2, 0.5]$



**Γ.T.  $\Psi_{\beta\beta'}(\text{μετά})$**

στροφή Γ.T.  $\Psi_{\beta\beta'}(\text{μετά})$  κατά  $180^\circ + 180^\circ$



**Γ.T.  $\zeta_x \equiv \Gamma.T. \Psi_{\beta\beta'}(\text{μετά})$**