Το μαθηματικό μοντέλο της FDTD[1]

Η FDTD αποτελεί μια από τις πιο δημοφιλείς μεθόδους για την αριθμητική επίλυση των εξισώσεων του Maxwell. Το μαθηματικό της μοντέλο βασίζεται στη διαφορική μορφή των εξισώσεων του Maxwell.

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu}\nabla \times \vec{E} \qquad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon}\nabla \times \vec{H}$$

Σημείωση: Ο FDTD αλγόριθμος βασίζεται στη διακριτοποίηση μόνο των εξισώσεων στροβιλισμού. Οι υπόλοιπες εξισώσεις ικανοποιούνται ενδογενώς από τον αλγόριθμο

Το μαθηματικό μοντέλο της FDTD[2]

Από τις διανυσματικές εξισώσεις στροβιλισμού, καταλήγουμε με ανάπτυξη των τελεστών σε καρτεσιανές συντεταγμένες σε ένα σύστημα 6 γραμμικων εξισώσεων. Οι εξισώσεις αυτές περιλαμβάνουν τις μερικές παραγώγους των συνιστωσών του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου.

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right) \qquad \frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z}\right) \qquad \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right) \qquad \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x}\right)$$

Το μαθηματικό μοντέλο της FDTD[3]

Για προβλήματα δύο διαστάσεων ισχύει: $\frac{\partial}{\partial z}=0$

Συνεπώς καταλήγουμε σε δύο (αποπλεγμένα μεταξύ τους) σύνολα εξισώσεων.

$$\frac{\partial E_x}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y}\right)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t}=-\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t}=\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_x}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial x}\right)$$

TE ρυθμός

$$\frac{\partial H_x}{\partial t}=-\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}\right)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t}=\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}\right)$$

TM ρυθμός

Το μαθηματικό μοντέλο της FDTD[4]

Για προβλήματα μιας διάστασης ισχύει: $\frac{\partial}{\partial z}=0$ $\frac{\partial}{\partial y}=0$

Συνεπώς καταλήγουμε σε δύο (αποπλεγμένα μεταξύ τους) σύνολα εξισώσεων.

$\frac{\partial E_x}{\partial t}=0\Rightarrow E_x=0$ (λόγω μηδενικών Α.Σ.)

$\frac{\partial E_y}{\partial t}=-\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)$

$\frac{\partial H_z}{\partial t}=-\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}\right)$

TE ρυθμός

$\frac{\partial H_x}{\partial t}=0\Rightarrow H_x=0$ (λόγω μηδενικών Α.Σ.)

$\frac{\partial H_y}{\partial t}=\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)$

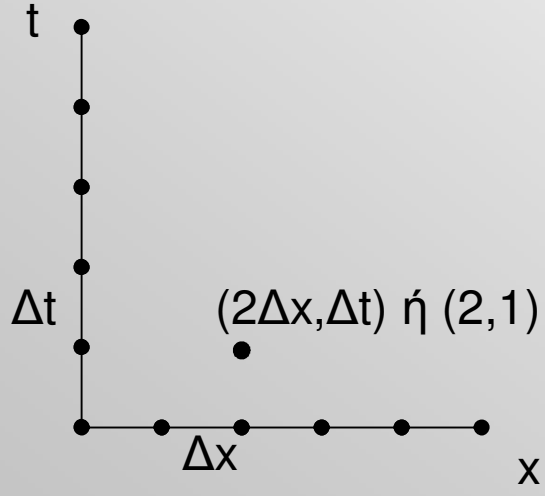
$\frac{\partial E_z}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}\right)$

TM ρυθμός

Προσέγγιση των μερικών παραγώγων με πεπερασμένες διαφορές[1]

Παρατηρούμε ότι στο σύστημα περιλαμβάνονται χωρικές και χρονικές παράγωγοι. Θα παρουσιαστεί η διαδικασία διακριτοποίησης για μια γενικής μορφής συνάρτησης f(x,t)

Προκειμένου να επιλυθεί αριθμητικά μια ΜΔΕ η οποία περιλαμβάνει πρώτης τάξης (χρονικές και χωρικές) μερικές παραγώγους της συνάρτησης f, χωρίζουμε το μονοδιάστατο χωρίο στη x – διεύθυνση σε στοιχειώδη μήκη Δx και το χρόνο σε στοιχειώδη χρονικά διαστήματα Δt.



Προσέγγιση των μερικών παραγώγων με πεπερασμένες διαφορές(2)

- Προσέγγιση Χωρικών Παραγώγων με Κεντρικές Διαφορές

Αναπτύσσουμε την πρώτη παράγωγο με πεπερασμένες χωρικές διαφορές γύρω από το σημείο (i,n)

$$\frac{\partial f\left(i\Delta x, n\Delta t\right)}{\partial x} = \frac{F^n\left(i+1/2\right) - F^n\left(i-1/2\right)}{\Delta x} + O\left(\left(\Delta x\right)^2\right)$$

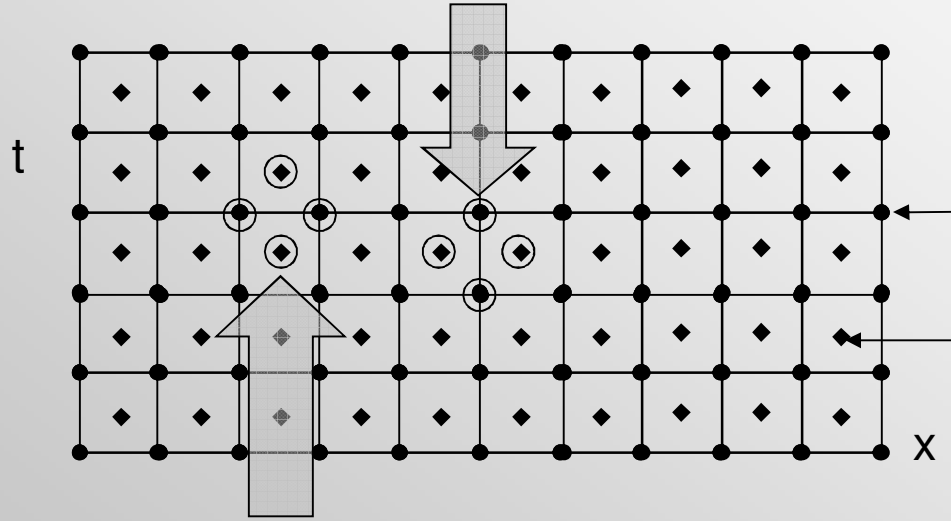
- Προσέγγιση Χρονικών Παραγώγων με Κεντρικές Διαφορές

Αναπτύσσουμε την πρώτη παράγωγο με πεπερασμένες χρονικές διαφορές γύρω από το σημείο (i,n)

$$\frac{\partial f\left(i\Delta x, n\Delta t\right)}{\partial t} = \frac{F^{n+1/2}\left(i\right) - F^{n-1/2}\left(i\right)}{\Delta t} + O\left(\left(\Delta t\right)^2\right)$$

Εφαρμογή σε μονοδιάστατα προβλήματα (TM ρυθμός)

$$\frac{\partial E_z}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}\right) \Rightarrow \frac{E_z^{n+1}(i)-E_z^{n}(i)}{\Delta t}=\frac{1}{\varepsilon(i)}\left(\frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2)-H_y^{n+1/2}(i-1/2)}{\Delta x}\right)$$



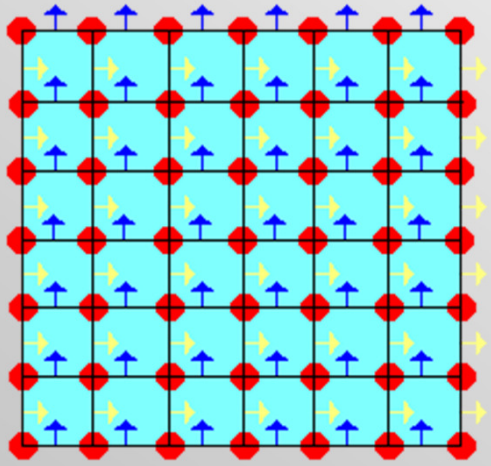
Θέσεις υπολογισμού της E_z

Θέσεις υπολογισμού της H_y

$$\frac{\partial H_y}{\partial t}=\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right) \Rightarrow \frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2)-H_y^{n-1/2}(i+1/2)}{\Delta t}=\frac{1}{\mu(i)}\left(\frac{E_z^{n}(i+1)-E_z^{n}(i)}{\Delta x}\right)$$

Σημείωση: Η συνιστώσα του *E* υπολογίζεται σε ακέραια πολλαπλάσια του χρονικού και χωρικού βήματος, ενώ η συνιστώσα του *H* υπολογίζεται χρονικά και χωρικά ενδιάμεσα στις συνιστώσες του *E* (Αλγόριθμος Leap – Frog)

Εφαρμογή σε δισδιάστατα προβλήματα (TM ρυθμός)



E_z

H_x

H_y

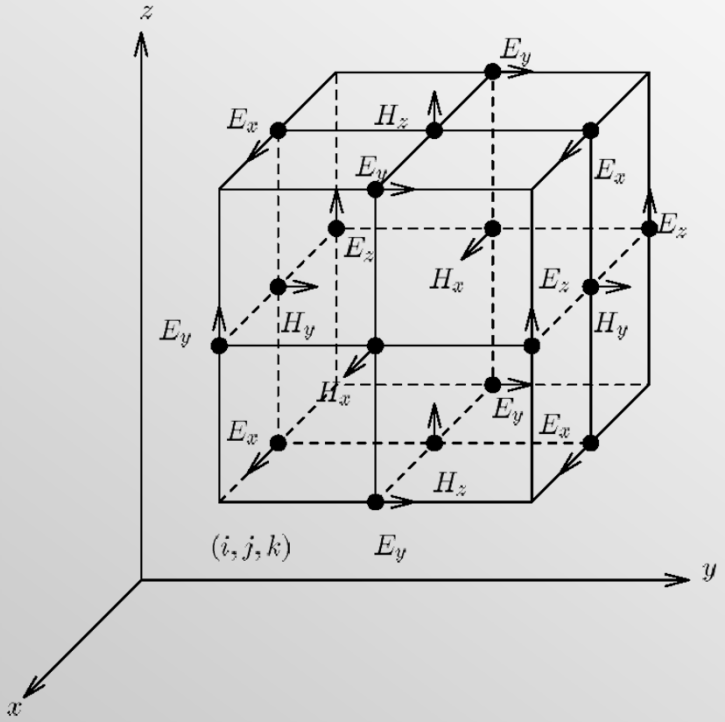
Σημείωση: Για τη εφαρμογή σε προβλήματα τριών διαστάσεων ακολουθείται παρόμοια διαδικασία

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}\right) \Rightarrow \frac{H_x^{n+1/2}(i,j+1/2) - H_x^{n-1/2}(i,j+1/2)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu(i,j+1/2)}\left(\frac{E_z^n(i,j+1) - E_z^n(i,j)}{\Delta y}\right)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}\right) \Rightarrow \frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2,j) - H_y^{n-1/2}(i+1/2,j)}{\Delta t} = \frac{1}{\mu(i+1/2,j)}\left(\frac{E_z^n(i+1,j) - E_z^n(i,j)}{\Delta x}\right)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right) \Rightarrow \frac{E_z^{n+1}(i,j) - E_z^n(i,j)}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon(i,j)}\left(\frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2,j) - H_y^{n+1/2}(i-1/2,j)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+1/2}(i,j+1/2) - H_x^{n+1/2}(i,j-1/2)}{\Delta y}\right)$$

Εφαρμογή σε τρισδιάστατα προβλήματα (TM ρυθμός)



Το πλέγμα του Yee σε 3 διαστάσεις

Ικανοποίηση των νόμων Faraday και Ampere σε ολοκληρωτική μορφή

Παρόλο που η FDTD μέθοδος παρουσιάστηκε ως αριθμητική μέθοδος επίλυσης της διαφορικής Μορφής των εξισώσεων του Maxwell, μια πιο μακροσκοπική προσέγγισή της αποκαλύπτει ότι, λόγω του συγκεκριμένου τρόπου τοποθέτησης των συνιστωσών του E και του H στον τρισδιάστατο χώρο, η μέθοδος ικανοποιεί και την ολοκληρωτική μορφή των εξισώσεων του Maxwell.

Νόμος Ampere $\frac{\partial}{\partial t}\int_{S_1}\vec{D}\cdot d\hat{S}_1 = \oint_{C_1}\vec{H}\cdot d\hat{l}_1$ Νόμος Faraday $\frac{\partial}{\partial t}\int_{S_2}\vec{B}\cdot d\hat{S}_2 = -\oint_{C_2}\vec{E}\cdot d\hat{l}_2$

Ικανοποίηση των νόμων Gauss για E και H

Επιπρόσθετα, η διάταξη των συνιστωσών είναι τέτοια ώστε :

$$\frac{\partial}{\partial t}\oiint_{\text{Yee cell}}\vec{D}\cdot d\hat{S} = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial t}\oiint_{\text{Yee cell}}\vec{B}\cdot d\hat{S} = 0$$

Σημείωση: Η ικανοποίηση των εξισώσεων του Maxwell και στην ολοκληρωτική τους μορφή δίνει την ιδιότητα στην FDTD να εξομοιώνει ενδογενώς τις οριακές συνθήκες για τις συνιστώσες των πεδίων

Θέματα υλοποίησης(1)

- Επιλογή χωρικού βήματος

Βασική παράμετρος για την επιλογή του χωρικού βήματος είναι η μέγιστη συχνότητα f_{max} για την οποία μελετάμε κάποιο πρόβλημα. Στην f_{max} αντιστοιχεί ένα ελάχιστο μήκος κύματος λ_{min}

$$\lambda_{min} = \frac{c}{f_{max}}$$

Σύμφωνα με το θεώρημα δειγματοληψίας, πρέπει να λαμβάνονται τουλάχιστον 2 χωρικά δείγματα για κάθε πεδιακή συνιστώσα σε κάθε διεύθυνση του τρισδιάστατου χώρου. Συνεπώς,

$$\Delta x, \Delta y, \Delta z \leq \frac{\lambda_{min}}{2}$$

Σχόλιο: Συνήθως επιλέγονται οι διαστάσεις του πλέγματος να είναι μικρότερες από $\lambda_{min}/10$

Θέματα υλοποίησης(2)

- Επιλογή χρονικού βήματος

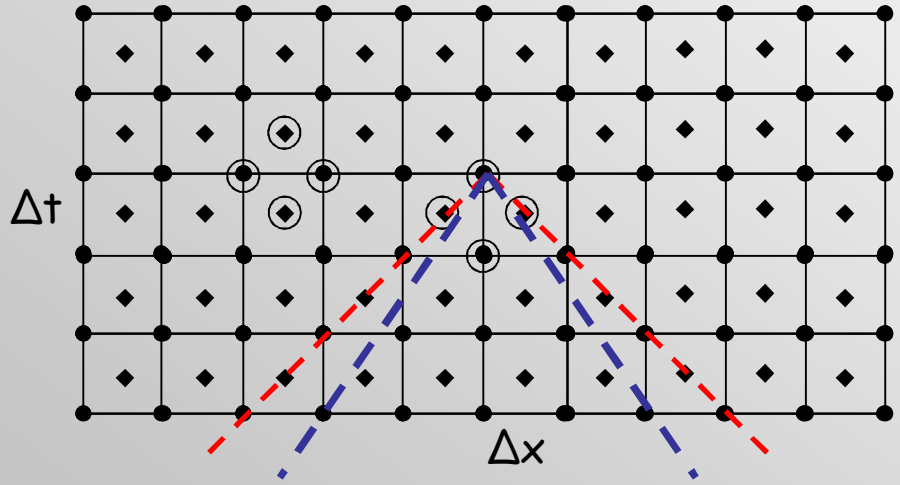
$$v\Delta t \le \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}}$$

Η παραπάνω ανισότητα είναι γνωστή ως συνθήκη ευστάθειας Courant και καθορίζει ένα άνω όριο για το χρονικό βήμα, δεδομένης της διακριτοποίησης στο χώρο και της ταχύτητας όδευσης του κύματος

Συμπέρασμα: Για δεδομένη μέγιστη συχνότητα (η οποία καθορίζει τη χωρική διακριτοποίηση), το χρονικό βήμα έχει μία μέγιστη επιτρεπτή τιμή πάνω από την οποία ο αλγόριθμος πέφτει σε αστάθεια.

Θέματα υλοποίησης(3)

- Φυσική εξήγηση της ευστάθειας για μονοδιάστατα προβλήματα



Αριθμητικό πεδίο εξάρτησης

Φυσικό πεδίο εξάρτησης

Το φυσικό πεδίο εξάρτησης έχει κλίση $\kappa_1=v$

Το αριθμητικό πεδίο εξάρτησης έχει κλίση $\kappa_2=\Delta x/\Delta t$

Για να είναι ευσταθής ο αλγόριθμος, θα πρέπει το αριθμητικό πεδίο εξάρτησης να είναι υπερσύνολο το φυσικού πεδίου εξάρτησης. Στην αντίθετη περίπτωση υπάρχουν σημεία εκτός του αριθμητικού πεδίου τα οποία επηρεάζουν τη λύση και τα οποία ο αλγόριθμος δε λαμβάνει υπόψη. Η απαίτηση αυτή οδηγεί στη σχέση:

$$\kappa_1 \le \kappa_2 \Rightarrow v \le \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v\Delta t \le \Delta x$$

Θέματα υλοποίησης[4]

- Χρήση Απορροφητικών Οριακών Συνθηκών

Οι απορροφητικές οριακές συνθήκες χρησιμοποιούνται για τον τερματισμό του πλέγματος στην περίπτωση μελέτης ανοικτών προβλημάτων
πχ μοντελοποίηση κεραιών, προσδιορισμός RCS (συντελεστής οπίσθιας σκέδασης)στόχων

Οι σημαντικότερες Απορροφητικές Οριακές Συνθήκες είναι:

Α) Η Απορροφητική Οριακή Συνθήκη MUR (επίλυση κυματικής εξίσωσης στο όριο του πλέγματος)

Β) Η Τεχνική PML (προσαρμογή χαρακτηριστικής αντίστασης μέσου – μηδενική ανάκλαση στο όριο του πλέγματος)

Πλεονεκτήματα της FDTD

- Επιλύει τις Εξ. Maxwell στο πεδίο του χρόνου, δίνοντας την απόκριση του συστήματος για ένα ευρύ φάσμα συχνότητων (Χρήση πηγής με ευρύ φασματικό περιεχόμενο). Με χρήση FFT μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για κάθε συχνότητα που μας ενδιαφέρει.

- Επιλύει ταυτόχρονα για το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο.

- Η διάταξη των συνιστωσών των πεδίων στο κύτταρο του Yee ικανοποιεί τόσο τη διαφορική όσο και την ολοκληρωτική μορφή των εξισώσεων του Maxwell. Άρα ικανοποιούνται ενδογενώς οι οριακές συνθήκες.

- Η διάταξη των συνιστωσών των πεδίων στο κύτταρο του Yee ικανοποιεί τους νόμους του Gauss

- Δεν απαιτεί αντιστροφή πίνακα

- Είναι απλή στον προγραμματισμό και μπορεί να μοντελοποιήσει με ευκολία ανομοιογενή, ανισοτροπικά και μη γραμμικά υλικά.

Μειονεκτήματα της FDTD

- Φαινόμενο αριθμητικής διασποράς (Numerical Dispersion). Κάθε συχνότητα οδεύει στο υπολογιστικό πλέγμα με διαφορετική ταχύτητα.

- Σφάλμα κλιμάκωσης (Staircase Error). Οι ομαλές επιφάνειες μιας γεωμετρίας προσεγγίζονται κλιμακωτά.

- Ακρίβεια δεύτερης τάξης της μεθόδου. Παρουσιάζονται σφάλματα δεύτερης τάξης στο χώρο και στο χρόνο

Τα προβλήματα αυτά μπορούν να αντιμετωπιστούν είτε με επιλογή πλέγματος μικρότερων διαστάσεων (→ αύξηση του αριθμού των αγνώστων) είτε με την εφαρμογή ανομοιόμορφου πλέγματος είτε με αύξηση της τάξης της ακρίβειας (λαμβάνουμε υπ' όψη μας περισσότερους όρους στην προσέγγιση των παραγώγων)

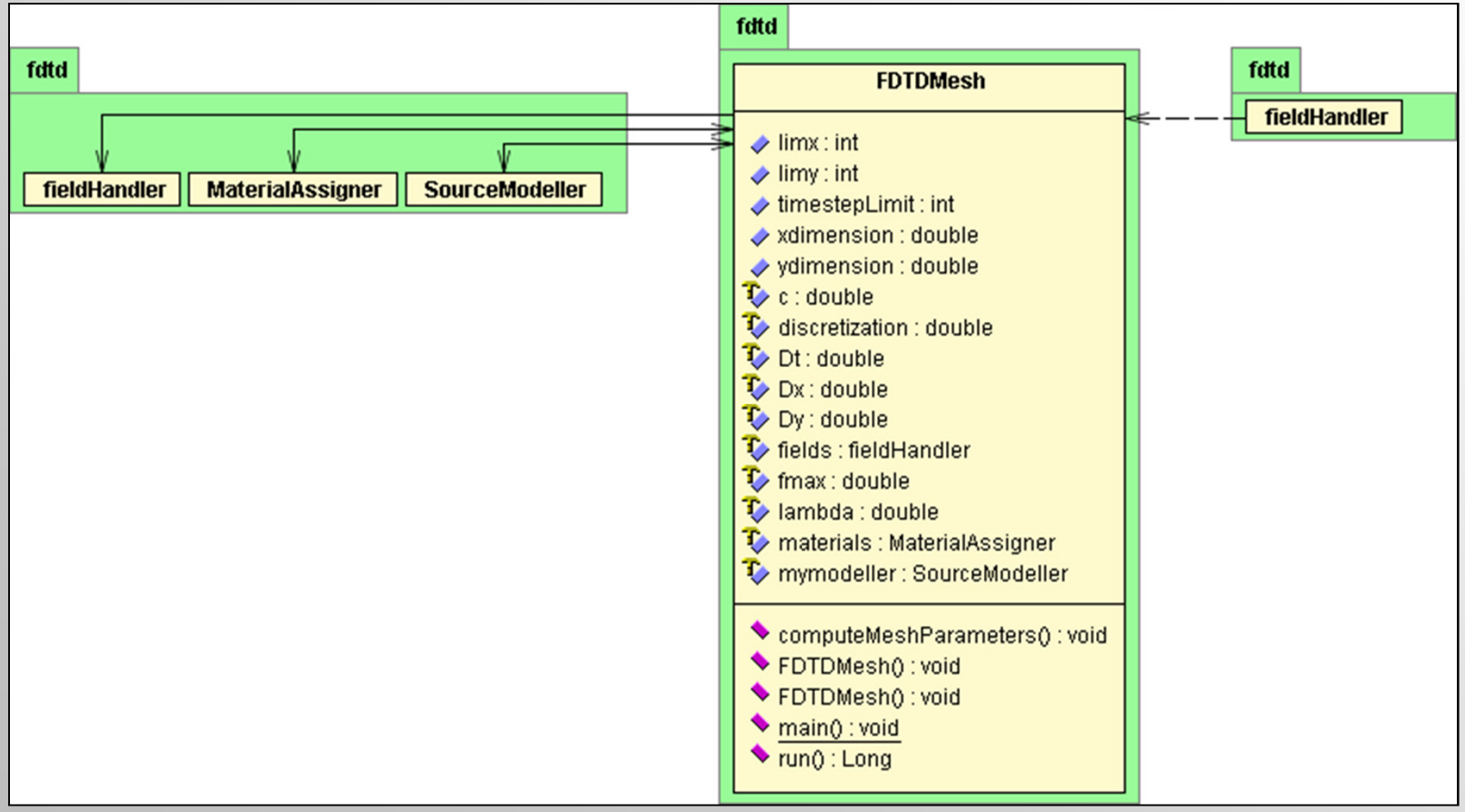
Παράδειγμα δόμησης 2D FDTD κώδικα σε Java

```
public static void main(String [] args) {
    FDTDMesh mymesh=new FDTDMesh(3E+08,3E+09,10,1,1);
    fieldHandler fields=new fieldHandler(mymesh);
    MaterialAssigner materials=new MaterialAssigner(mymesh);
    SourceModeller mymodeller=new SourceModeller(mymesh,15,15,32.0);
    int timestep_limit=100;

    for(int timestep=0;timestep<=timestep_limit;timestep++) {
      System.out.println("Current time step: "+timestep);
      fields.updateEfield(hfield.Hx,hfield.Hy,materials);
      fields. applyBoundaryConditions();
      fields.updateSource(mymodeller,timestep);
      fields.updateHField(efield.Ez,materials);
    }
}
```

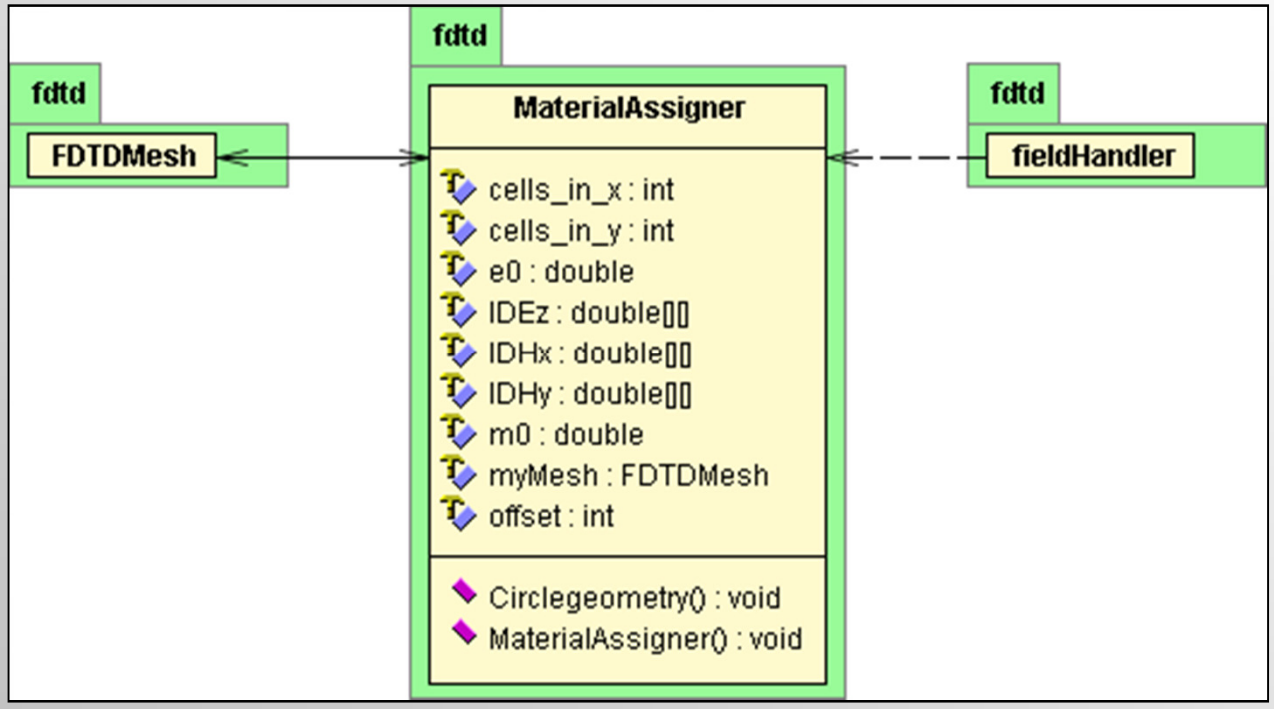
Βασικές κλάσεις:

• FDTDMesh : Η κλάση αυτή διατηρεί την πληροφορία για το πλέγμα στο οποίο θα εφαρμοστεί η μέθοδος



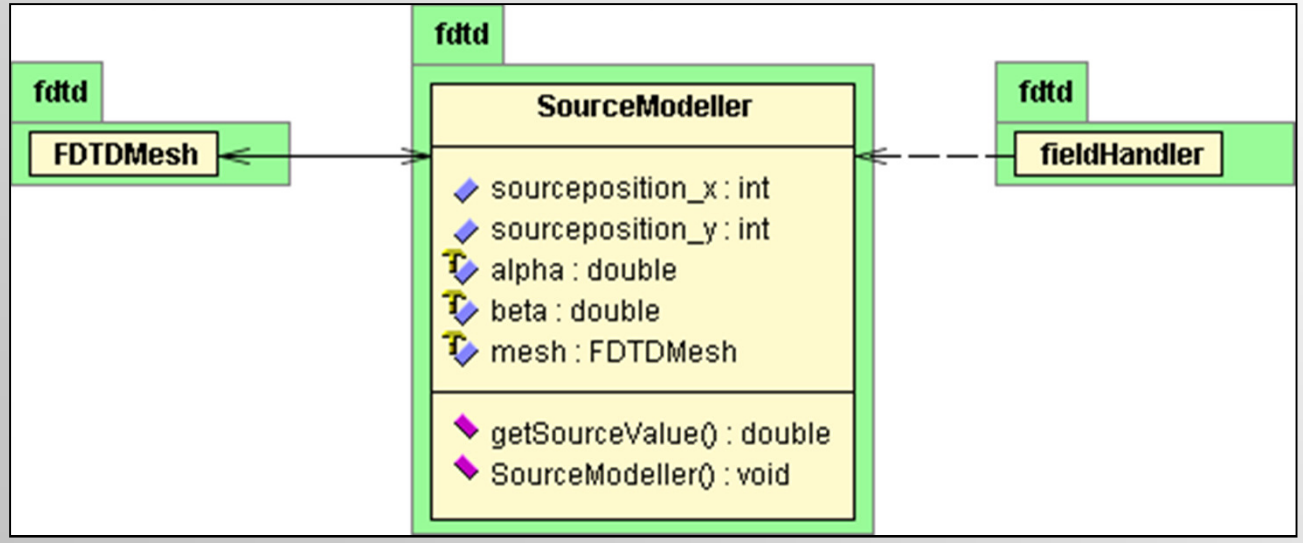
Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών στο Πεδίο του Χρόνου (Finite Difference - Time Domain)

•<u>MaterialAssigner</u> : Η κλάση αυτή διατηρεί την πληροφορία για τα υλικά με τα οποία αλληλεπιδρούν οι συνιστώσες των πεδίων στο πλέγμα



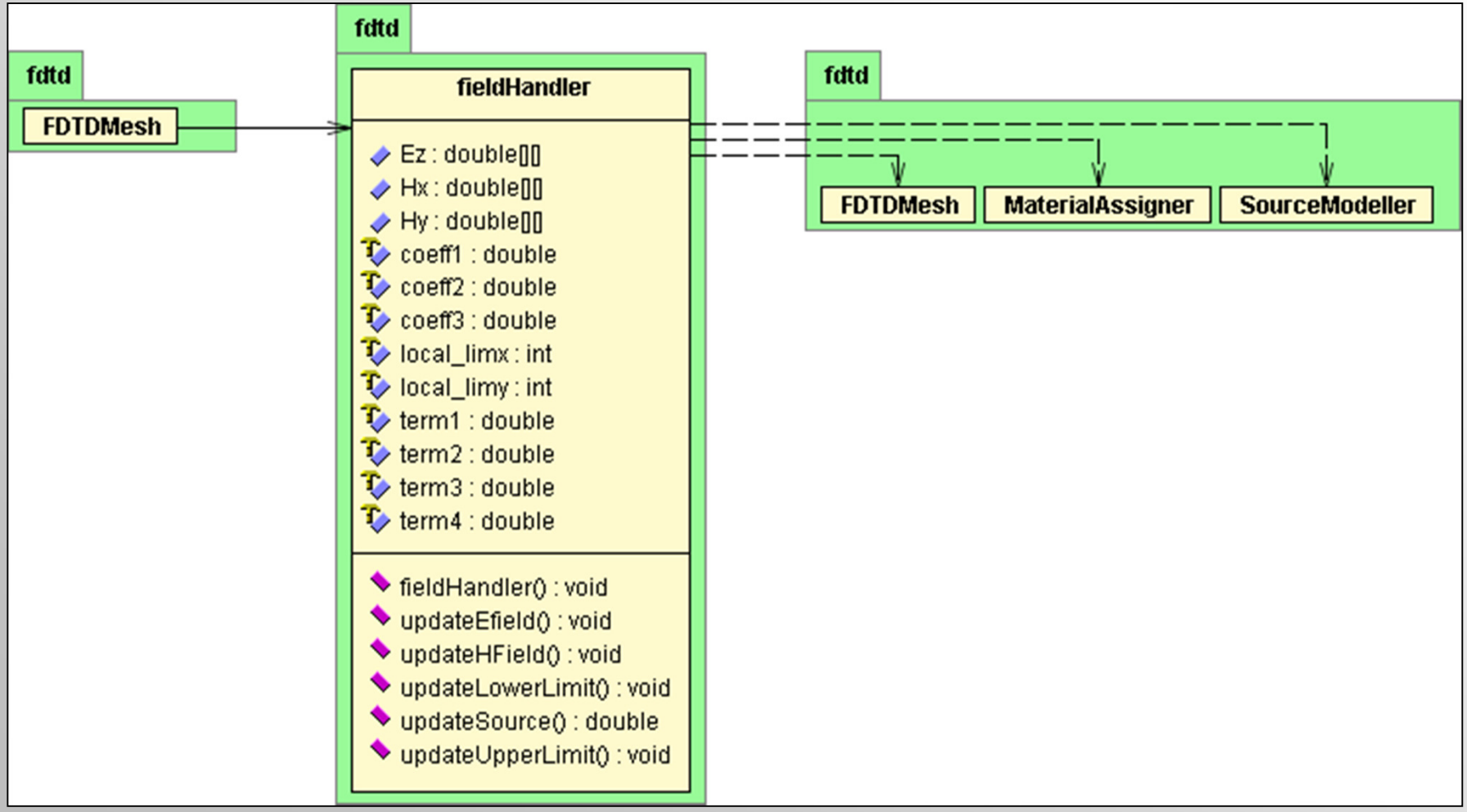
Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών στο Πεδίο του Χρόνου (Finite Difference - Time Domain)

•SourceModeller : Η κλάση αυτή διατηρεί την πληροφορία για τη θέση και την τιμή της πηγής που χρησιμοποιείται



Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Διαφορών στο Πεδίο του Χρόνου (Finite Difference - Time Domain)

• fieldHandler : Η κλάση αυτή διατηρεί την πληροφορία για τις τιμές των συνιστωσών στα σημεία του πλέγματος και είναι υπεύθυνη για την ενημέρωση του ηλεκτρικού πεδίου και του μαγνητικού πεδίου, την εφαρμογή των οριακών συνθηκών και την εφαρμογή των πηγών.



Εφαρμογές της FDTD

- Μελέτη επίδρασης ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στον άνθρωπο (εφαρμογές βιοηλεκτρομαγνητισμού)
- Σχεδίαση μικροκυματικών διατάξεων (κυματοδηγών, φίλτρων, κεραιών) και οπτικών διατάξεων (οπτικές ίνες)
- Μελέτη Ηλεκτρομαγνητικής Συμβότητας (EMC) και Ηλεκτρομαγνητικής Αλληλεπίδρασης (EMI) συσκευών
- Μελέτη σκέδασης από σύνθετες διατάξεις – Επίλυση προβλημάτων αντίστροφης σκέδασης.

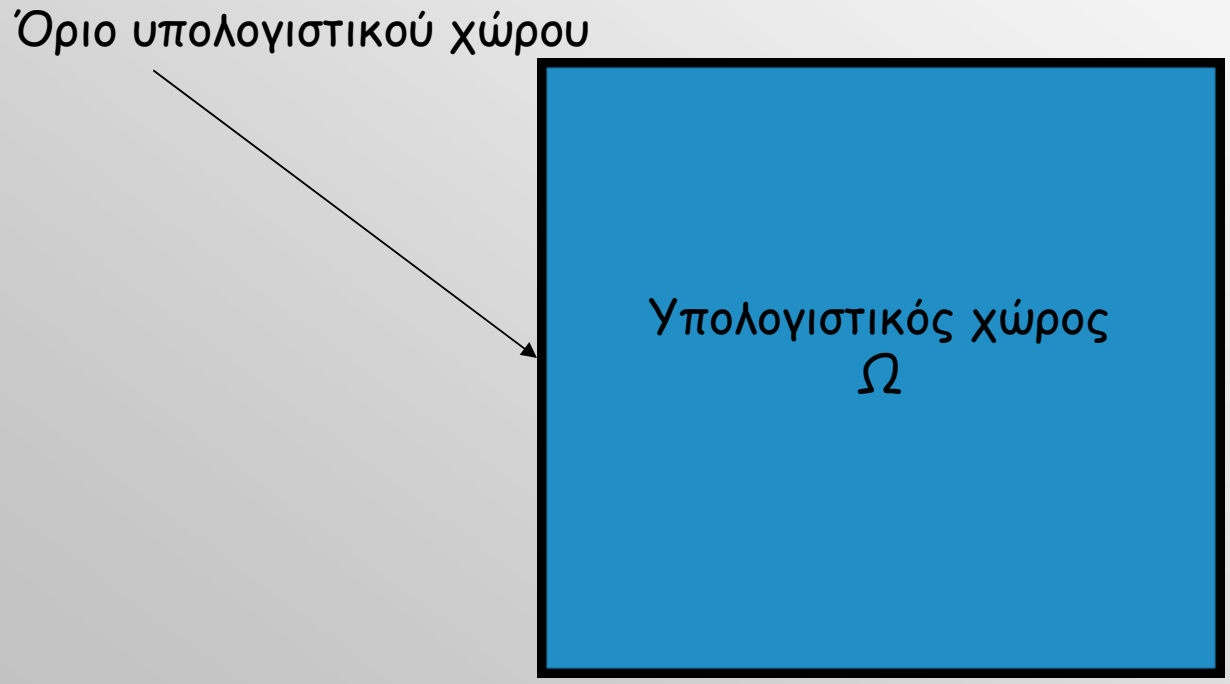
Μαθηματικό μοντέλο για το ρυθμό TMz:

$$H_x\Big|_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = H_x\Big|_{i,j}^{n-\frac{1}{2}} - \left(\frac{\Delta t}{\mu_{i,j}\Delta y}\right)\cdot\left(E_z\Big|_{i,j+\frac{1}{2}}^{n} - E_z\Big|_{i,j-\frac{1}{2}}^{n}\right)$$

$$H_y\Big|_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = H_y\Big|_{i,j}^{n-\frac{1}{2}} + \left(\frac{\Delta t}{\mu_{i,j}\Delta x}\right)\cdot\left(E_z\Big|_{i+\frac{1}{2},j}^{n} - E_z\Big|_{i-\frac{1}{2},j}^{n}\right)$$

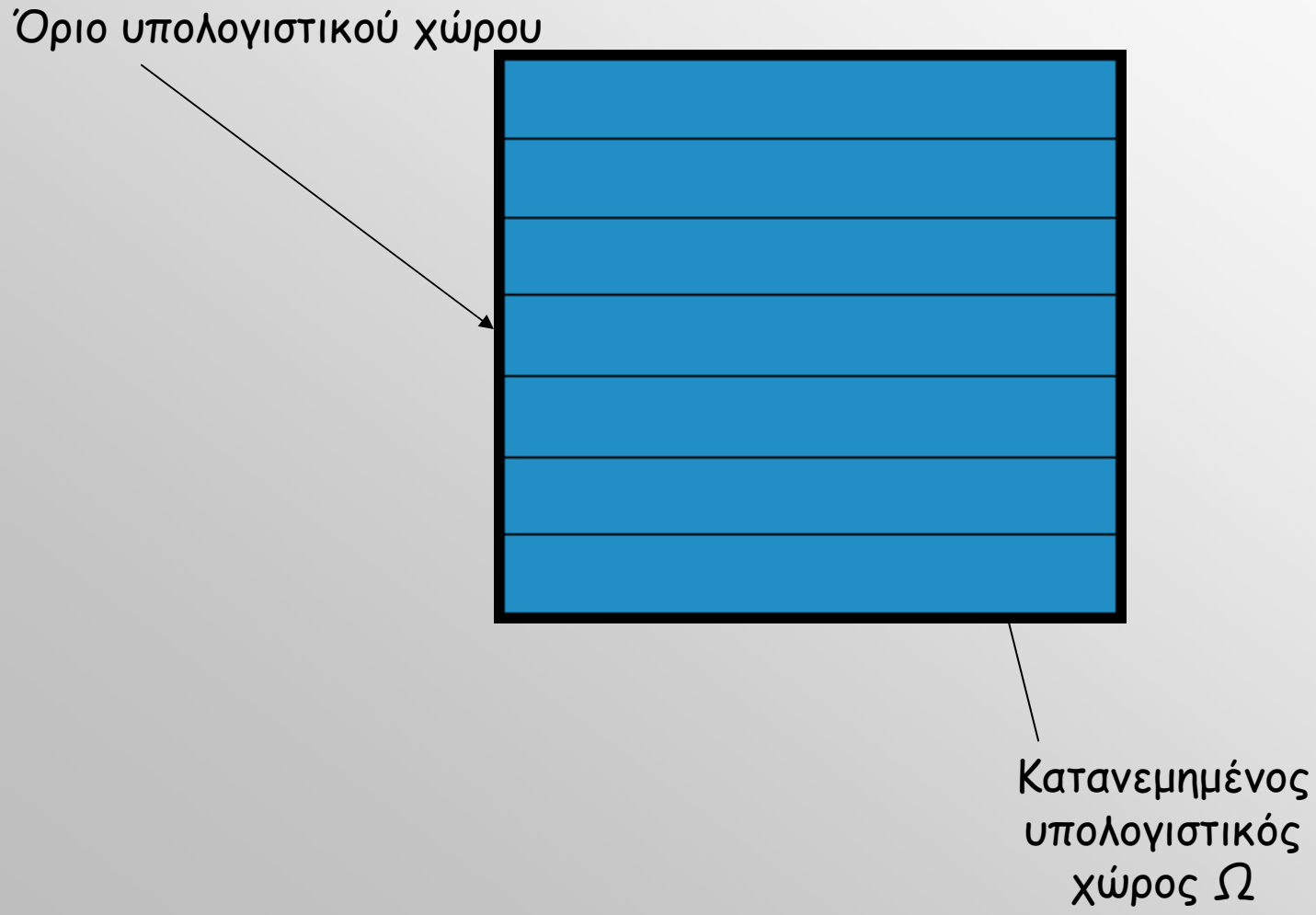
$$E_z\Big|_{i,j}^{n+1} = E_z\Big|_{i,j}^{n} + \left(\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j}}\right)\cdot\left(\frac{H_y\Big|_{i+\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} - H_y\Big|_{i-\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} - \frac{H_x\Big|_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x\Big|_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y}\right)$$

Αποσύνθεση του υπολογιστικού χώρου



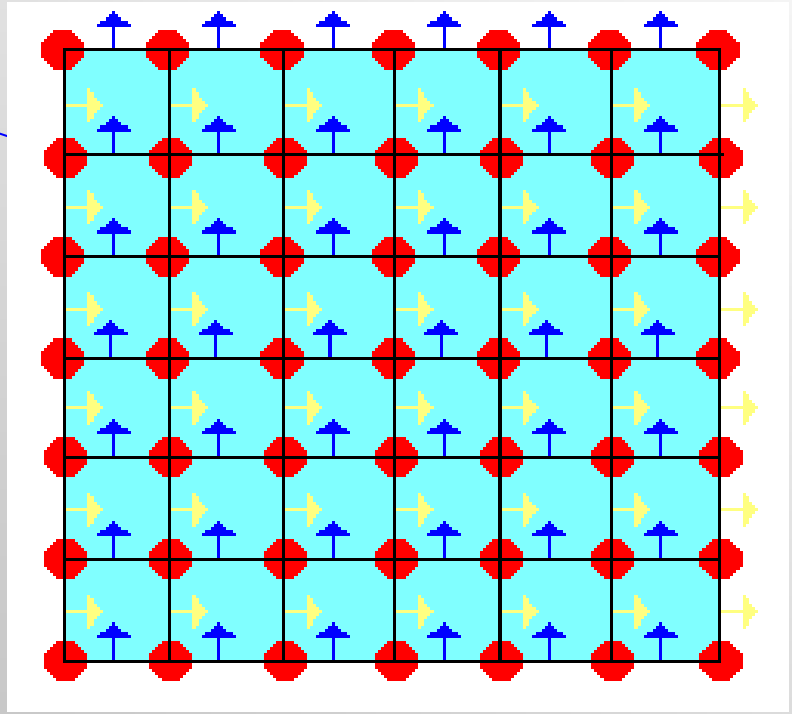
Στόχος: Η κατανεμημένη επίλυση ενός προβλήματος μεγάλης κλίμακας από ένα πλήθος επεξεργαστών

Αποσύνθεση του υπολογιστικού χώρου



TM πλέγμα

Οριακοί κόμβοι
(επιβολή ABC)

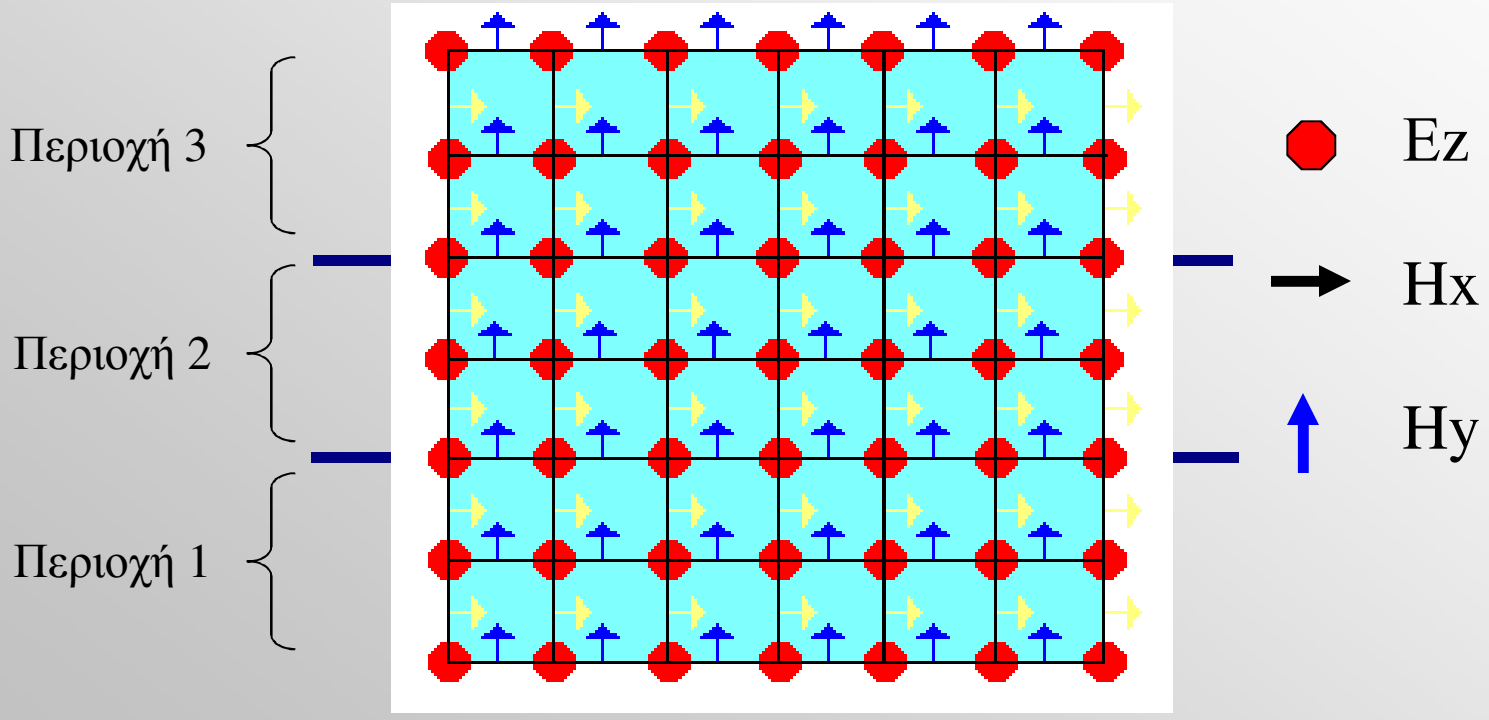


Ez

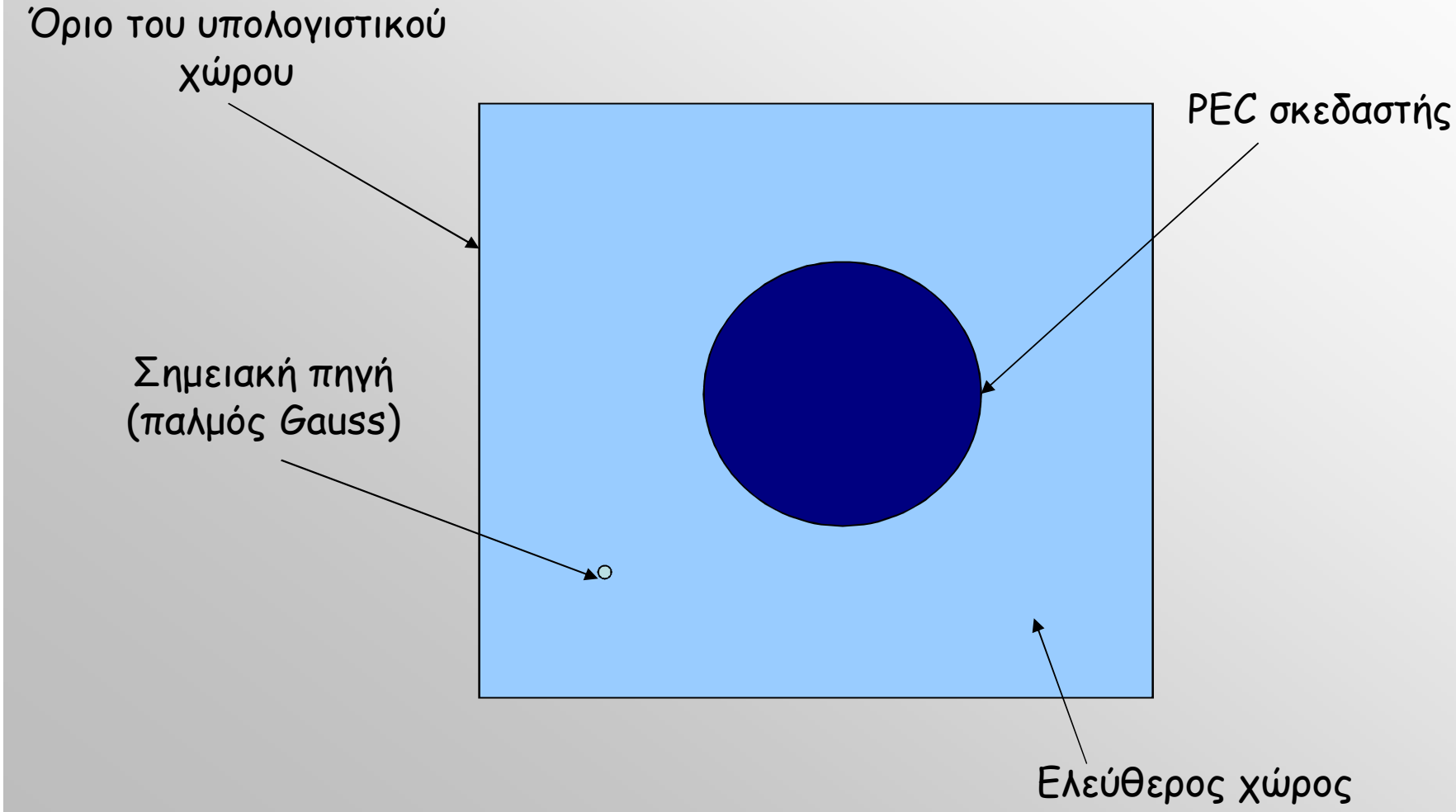
Hx

Hy

TM πλέγμα



Εφαρμογή: Πρόβλημα σκέδασης από PEC κύλινδρο[1]



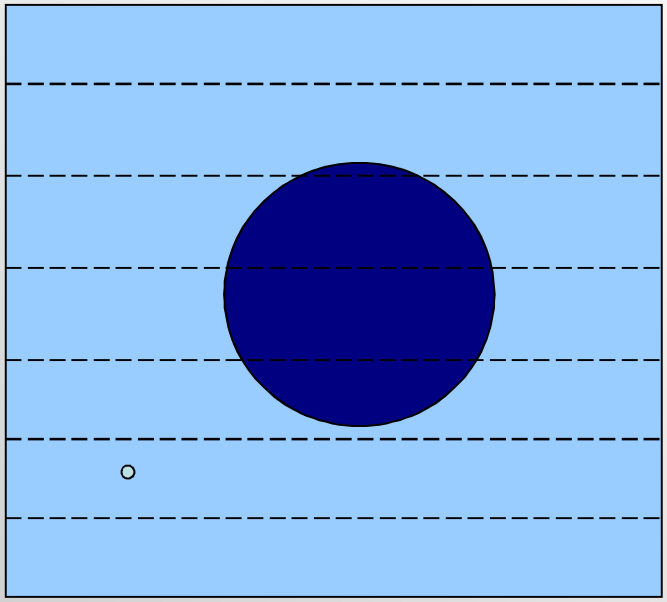
Στάδια υλοποίησης:

α) Υλοποίηση υπολογιστικού κώδικα σε Java για την επίλυση του προβλήματος
Εφαρμογή MUR ABC στα όρια του πλέγματος

β) Προσαρμογή του κώδικα για κατανεμημένη επίλυση από ένα σύνολο Κινητών Αντιπροσώπων

γ) Υλοποίηση Master-Worker μοντέλου για την κατανεμημένη επίλυση

Αρμοδιότητες πρακτόρων



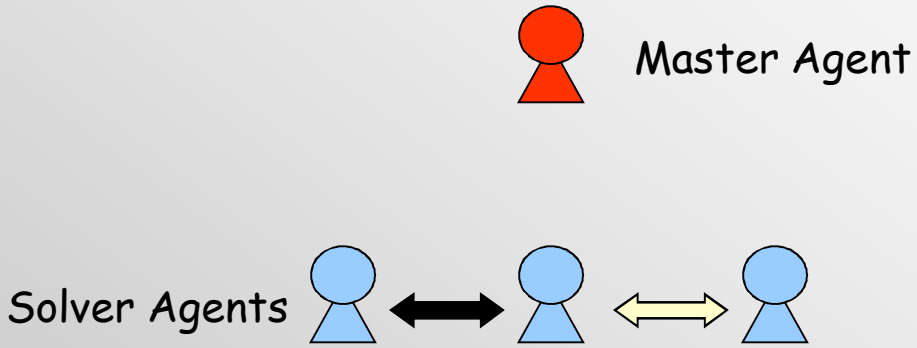
α) Ο Master Agent πραγματοποιεί την αποσύνθεση του προβλήματος

β) Ο Master Agent δημιουργεί Solver Agents, κάθε ένας από τους οποίους προορίζεται να επιλύσει μια συγκεκριμένη περιοχή

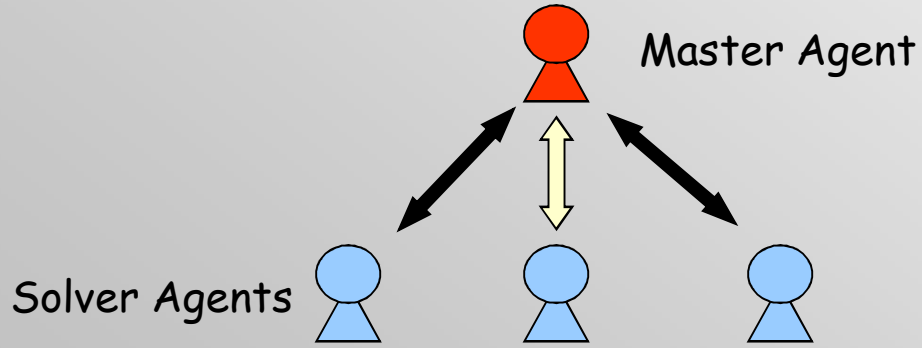
γ) Οι Solver Agents μετακομίζουν στα απομακρυσμένα συστήματα και επιλύουν το πρόβλημα επικοινωνώντας μεταξύ τους

Επικοινωνία μεταξύ των πρακτόρων

α) Επικοινωνία μεταξύ των Solver Agents



β) Επικοινωνία μεταξύ του Master Agent και κάθε Solver Agent ξεχωριστά



Επικοινωνία μεταξύ των Solver Agents

Ο κάθε Solver Agent έχει ανά πάσα χρονική στιγμή την πληροφορία για την ενημέρωση των συνιστωσών του μαγνητικού πεδίου της περιοχής του. Στο στάδιο αυτό δεν χρειάζεται αμοιβαία επικοινωνία μεταξύ των Solver Agents

Στην περίπτωση ενημέρωσης του ηλεκτρικού πεδίου όμως, ο κάθε Solver Agent χρειάζεται πληροφορία από τους γειτονικούς του:

α) Για την ενημέρωση του ηλεκτρικού πεδίου στο όριο του που αντιστοιχεί σε εσωτερικά σημεία του πλέγματος (λαμβάνει τις τιμές του Hx ακριβώς μετά το όριο)

β) Για την εφαρμογή της ABC στο όριο του υπολογιστικού χώρου που αντιστοιχεί στην περιοχή την οποίο επιλύει

Επικοινωνία μεταξύ του Master των Solver Agents

Αιτία: ο συγχρονισμός των Solver Agents

α) στην ενημέρωση του ηλεκτρικού πεδίου

β) στην ενημέρωση του μαγνητικού πεδίου

γ) στην αποθήκευση των τιμών στο όριο του πλέγματος (για εφαρμογή της ABC στο επόμενο χρονικό βήμα)

Έλεγχος της λύσης

- Έλεγχος αριθμητικών αποτελεσμάτων για ανίχνευση αστάθειας
- Έλεγχος οριακής συνθήκης
- Έλεγχος συνόρου μεταξύ των γειτονικών υπο-περιοχών την ίδια χρονική στιγμή