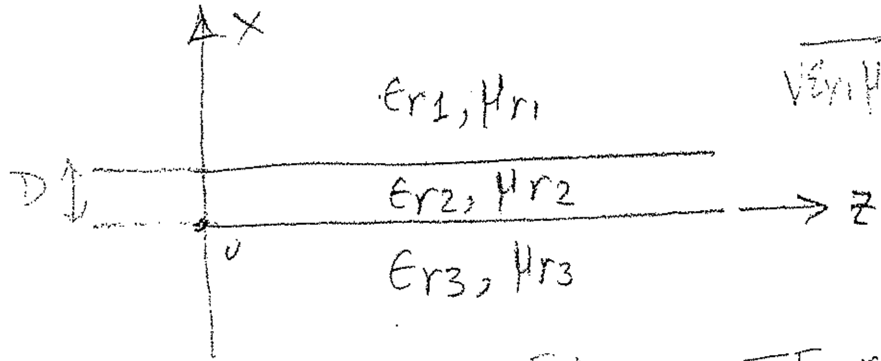
Ασκήσεις Οπτικών Ινών

1) Σε διηλεκτρικό κυματοδηγό πλάκας ισχύουν οι ηλεκτρομαγνητικές ιδιότητες του σχήματος



$\sqrt{\varepsilon_{r1}\mu_{r1}} < \sqrt{\varepsilon_{r3}\mu_{r3}} < \sqrt{\varepsilon_{r2}\mu_{r2}}$

Να εξηγηθεί η κυματοδήγηση TE κ' TM κυμάτων. Δεχόμαστε $\partial/\partial y = 0$

Λύση

Δεν έχουμε συμμετρία και επομένως δεν μπορούμε να έχουμε άρτια/περιττά κύματα.

Ανάλυση TE κυμάτων, $k_0 = 2\pi/\lambda = \omega/c$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} e_y^i(x) + (k_0^2 n_i^2 - \beta^2)\, e_y^i(x) = 0$$

για $i = 1,2,3$ που αντιστοιχούν στις 3 περιοχές,

$n_i = \sqrt{\varepsilon_{ri}\mu_{ri}}$

Λύσεις

$$e_y^1(x) = A_1 \exp(-\gamma_1 (x - D)) \quad \text{για } x > D$$

$\gamma_1 = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_1^2}$

$$e_y^2(x) = B_1 \cos(\alpha x) + B_2 \sin(\alpha x) \quad \text{για } 0 < x < D$$

$\alpha = \sqrt{k_0^2 n_2^2 - \beta^2}$

$$e_y^3(x) = C_1 \exp(\gamma_2 x) \quad \text{για } -\infty < x < 0$$

$\gamma_2 = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_3^2}$

Οριακές συνθήκες

$$A_1 = B_1 \cos(\alpha D) + B_2 \sin(\alpha D)$$ συνέχεια E_y $(x=D)$

$$-\gamma_1 A_1 = -B_1 \alpha \sin(\alpha D) + B_2 \cos(\alpha D)\alpha$$ " h_z $(x=D)$

$$C_1 = B_1$$ συνέχεια E_y $(x=0)$

$$\gamma_2 C_1 = \alpha B_2$$ " " h_z $(x=0)$

Από την 2η εξίσωση $\gamma_2 = \alpha B_2 / B_1$

" 1η " " $-\gamma_1 = \dfrac{(-B_1 \alpha \sin(\alpha D) + B_2 \alpha \cos(\alpha D))}{B_1 \cos(\alpha D) + B_2 \sin(\alpha D)}$

$$-\gamma_1 B_1 \cos(\alpha D) - \gamma_1 B_2 \sin(\alpha D) = -B_1 \alpha \sin(\alpha D) + B_2 \alpha \cos(\alpha D)$$

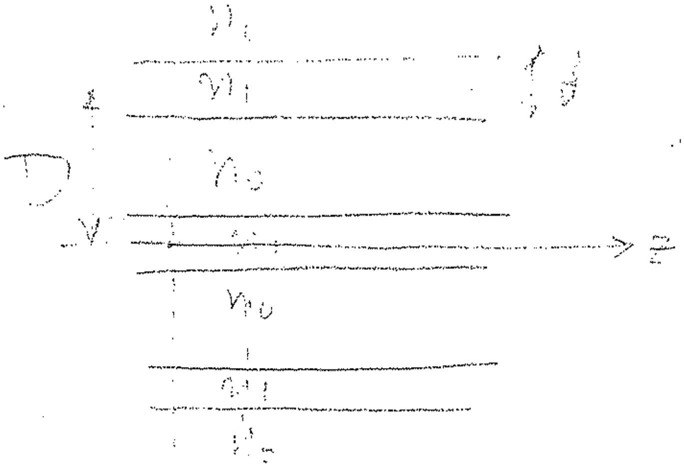
$$-\gamma_1 B_1 \cos(\alpha D) - \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\alpha} B_1 \sin(\alpha D) = -B_1 \alpha \sin(\alpha D) + \frac{\gamma_2 \alpha}{\alpha} \cos(\alpha D) B_1$$

Άρα

$$\left(\gamma_1 \cos(\alpha D) - \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\alpha} \sin(\alpha D) + \alpha \sin(\alpha D) - \gamma_2 \cos(\alpha D)\right) = 0$$

$$\gamma_1 - \frac{\gamma_1 \gamma_2}{\alpha} \tan(\alpha D) + \alpha \tan(\alpha D) - \gamma_2 = 0$$

2) Να εξεταστεί η κυματοδήγηση στην άπειρη διάταξη διδιάστατων κυματοδηγών που δίνεται στο σχήμα:



Επειδή έχουμε απειρία ... προς x και περιοδικότητα θα πρέπει για ΤΕ κύματα $e_y(x+nD) = e_y(x)$ για $n = \pm 1, \pm 2, \ldots$. Επιλέγω άρτια κύματα:

Για $-d/2 < x < d/2$ έχω $e_y^1 = A\cos(\alpha x)$ [άρτια κύματα]

" $d/2 < x < \frac{D-d}{2}$ " $e_y^2 = B\cosh(\gamma x) + C\sinh(\gamma x)$

Οριακές συνθήκες $x = d/2$

$$A\cos(\alpha d/2) = B\cosh(\gamma \tfrac{d}{2}) + C\sinh(\gamma \tfrac{d}{2})$$

$$-A\alpha\sin(\alpha d/2) = \gamma B\sinh(\gamma \tfrac{d}{2}) + C\gamma\cosh(\gamma \tfrac{d}{2})$$

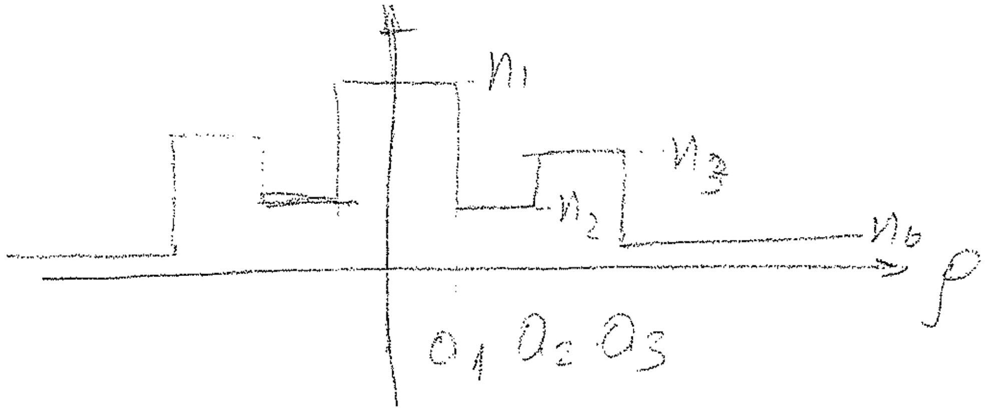
Επίσης λόγω περιοδικότητας και συνέχειας για $x = \frac{D-d}{2}$:

$$A\cos(\alpha d/2) = B\cosh(\gamma \tfrac{D-d}{2}) + C\sinh(\gamma \tfrac{D-d}{2})$$

Ικανοποιούνται και οι περιοδικότητα ... για το h_z πεδίο.

Βρίσκω την εξίσωση κυματοδήγησης.

3) Δίνεται η οπτική ίνα με την κατανομή του δείκτη διάθλασης του σχήματος:



Να εξεταστεί η κυματοδήγηση για χαλαρή κυματοδήγηση

$E_x = \psi$ = γραμμική πόλωση

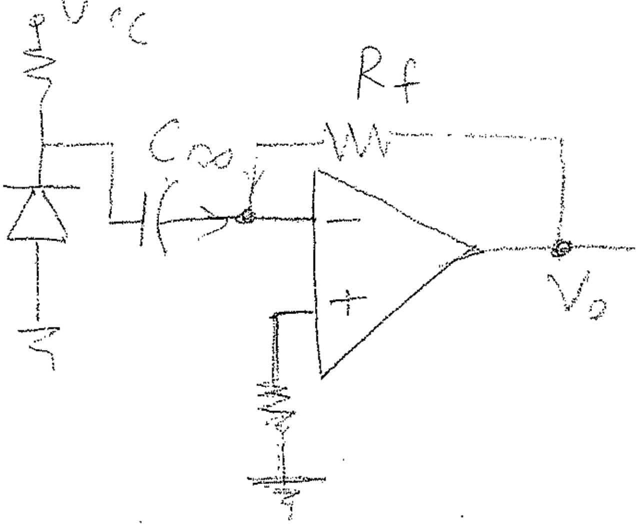
$$\psi = \begin{cases} A_1 J_m(a_1\rho)\, e^{jm\varphi} & \text{για } 0<\rho<a_1 \\ \left(A_2 J_m(a_2\rho) + A_3 Y_m(a_2\rho)\right) e^{jm\varphi} & \text{για } a_1<\rho<a_2 \\ \left(A_4 J_m(a_3\rho) + A_5 Y_m(a_3\rho)\right) e^{jm\varphi} & \text{για } a_2<\rho<a_3 \\ A_6 K_m(\gamma\rho)\, e^{jm\varphi} & \text{για } a_3<\rho<+\infty \end{cases}$$

$a_i = \sqrt{k_0^2 n_i^2 - \beta^2}$, $i = 1, 2, 3$

$\gamma = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_0^2}$

Οριακές συνθήκες: ψ, $\dfrac{\partial \psi}{\partial \rho}$ συνεχείς στις επιφάνειες $\rho = a_1, a_2, a_3$.

4)



$$V_o = -R_f I_d$$