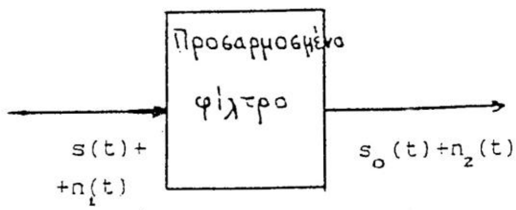
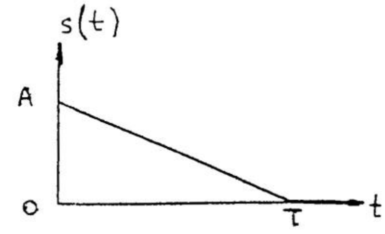
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΡΑΝΤΑΡ

7η Σειρά ασκήσεων

Ασκηση 1η





Εστω ότι στο ανωτέρω σχήμα το σήμα στην είσοδο του προσαρμοσμένου φίλτρου είναι:

$$s(t) = \begin{cases} \dfrac{A}{T}(T-t), & 0 \le t \le T \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

Υποθέτουμε ακόμη ότι ο θόρυβος $n_1(t)$ είναι λευκός με πυκνότητα ισχύος θορύβου N_o(watts/Hz).

α) Να βρεθεί και να σχεδιασθεί η κρουστική απόκριση $h(t)$ τού προσαρμοσμένου φίλτρου. [Υπόδειξη: να ληφθεί $h(0)=0$].

β) Να υπολογισθεί και να σχεδιασθεί το σήμα εξόδου $s_o(t)$. (Βοήθημα: το $s_o(t)$ είναι μη μηδενικό στο διάστημα $0 \le t \le 2T$).

γ) Να βρεθεί η ενέργεια του σήματος $s(t)$ από την σχέση:
$E= \int_0^T |s(t)|^2 dt$ και να αποδειχθεί ότι $s_o(T)=K.E$,όπου k=σταθερά

δ) Να υπολογισθεί η ισχύς θορύβου N στην έξοδο του φίλτρου.

$$\left[\text{Βοήθημα: } \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt\right]$$

ε) Κάνοντας χρήση των ερωτημάτων β),γ) και δ) να υπολογισθεί η τιμή τού λόγου

$$R = \frac{\text{Μέγιστη τιμή του } |s_o(t)|^2}{N}$$

και να αποδειχθεί ότι ισούται με $R=\frac{2E}{N_o}$, όπως προβλέπεται από τη θεωρία.

Ασκηση 2η

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της συνάρτησης αβεβαιότητας

$$X(\tau,\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)u^*(t-\tau)\ \exp\ (j2\pi\nu t)dt,$$

όπου $u(t)$ η μιγαδική περιβάλλουσα του σήματος, να αποδειχθούν οι εξής ιδιότητές της:

α) Χρησιμοποιώντας την ανισότητα Schwarz

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty} a(t)\ b(t)dt\right|^2 \le \int_{-\infty}^{\infty} |a(t)|^2dt.\int_{-\infty}^{\infty} |b(t)|^2dt$$

και υποθέτοντας ότι η $u(t)$ έχει ενέργεια ίση με τη μονάδα, να αποδειχθεί ότι

$|X(\tau,\nu)| \le |X(0,0)| = 1$

β) Να αποδειχθεί ότι:

$X(-\tau,-\nu) = \exp(j2\pi\nu\tau).X^*(\tau,\nu)$

και συνεπώς:

$|X(-\tau,-\nu)| = |X(\tau,\nu)|$

(υπόδειξη: να γίνει η αλλαγή μεταβλητής $t_1=t+\tau$).

γ) Αν στην $u(t)$ αντιστοιχεί η συνάρτηση αβεβαιότητας $|X(\tau,\nu)|$, τότε να αποδειχθεί ότι στην συνάρτηση $u(t)\exp(j\pi kt^2)$ αντιστοιχεί η

$|X(\tau,\nu+k\tau)|$

(Η περίπτωση αυτή αντιστοιχεί σε γραμμική διαμόρφωση της συχνότητας/linear FM ή "chirp").