ΕΘΝΙΚΟ Μ. ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΡΑΝΤΑΡ

4η Σειρά Ασκήσεων

Άσκηση 1

Θεωρούμε το πρόβλημα της σκεδάσεως επιπέδου ηλεκτρομαγνητικού κύματος από διηλεκτρικό κύλινδρο στην περίπτωση πολώσεως TE (δηλ. ένταση μαγνητικού πεδίου $\underline{H}$ παράλληλη προς τον άξονα του κυλίνδρου). Υποθέτουμε ακόμη ότι το προσπίπτον ΗΜ κύμα μεταβάλλεται αρμονικά με τον χρόνο (χρονική εξάρτηση $e^{j\omega t}$). Το προσπίπτον πεδίο H_z^i (i=προσπίπτον) αναπτύσσεται ως εξής:

$$H_z^i = H_0\, e^{-jk_0 x} = H_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} (j)^{-n} J_n(k_0\rho)\, e^{jn\phi}$$

α) Αναπτύσσοντας κατάλληλα το πεδίο σκεδάσεως και το εσωτερικό πεδίο, και εφαρμόζοντας ακολούθως τις κατάλληλες οριακές συνθήκες, να υπολογισθούν τα ακόλουθα πεδία:

H_z^s, E_ρ^s, E_ϕ^s (πεδία σκεδάσεως) και

H_z, E_ρ, E_ϕ (πεδία εσωτερικά τού κυλίνδρου).

β) Να υπολογισθεί η διαφορική ενεργός διατομή σκεδάσεως $\sigma=\sigma(\phi)$ για αγώγιμο ($\varepsilon \to -j\infty$) κύλινδρο στο όριο $k_0 a \ll 1$, όπου a η ακτίνα του κυλίνδρου, και να σχεδιαστεί σαν συνάρτηση της γωνίας ϕ.

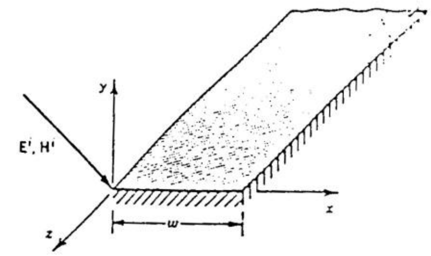
(Υπόδειξη: $\sigma=\sigma(\phi)=\rho \left|\dfrac{H_z^s}{H_z^i}\right|^2$. Να εξετασθούν οι όροι n=0, ±1, ±2. Ποιούς από αυτούς χρειάζεσθε; Να γίνει χρήση ασυμπτωτικών εκφράσεων των συναρτήσεων Bassel και Hankel για μικρό όρισμα).

γ) Να υπολογισθεί η συνολική ενεργός διατομή σκεδάσεως σ_{sc}.

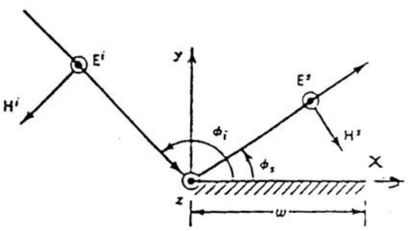
(Υπόδειξη: να ολοκληρωθεί η έκφραση του προηγούμενου ερωτήματος ως προς την γωνία ϕ).

'Ασκηση 2

Στο διπλανό σχήμα θεωρούμε την πρόσπτωση επιπέδου ΗΜ κύματος οριζόντια πολωμένου (πόλωση TM) επί μεταλλικής ταινίας πλάτους W, απείρου μήκους και άπειρης αγωγιμότητας.



(a)



(b)

α) Γράψτε τις εκφράσεις για το προσπίπτον ΗΜ πεδίο (διανύσματα $\underline{E}^i$ και $\underline{H}^i$), όπως επίσης και για το ανακλώμενο (διανύσματα $\underline{E}^r$ και $\underline{H}^r$) χρησιμοποιώντας γεωμετρική οπτική και λαμβάνοντας τον συντελεστή ανάκλασης $\Gamma=-1$.

β) Υπολογίστε το επιφανειακό ρεύμα $\underline{J}_s$ (σαν συνάρτηση της κατεύθυνσης x) χρησιμοποιώντας την προσέγγιση φυσικής οπτικής.

γ) Χρησιμοποιώντας το ολοκλήρωμα

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-j\alpha\sqrt{x^2+t^2}}}{\sqrt{x^2+t^2}}\,dt = -j\pi H_0^{(2)}(\alpha x) \qquad (1)$$

αποδείξτε ότι το διανυσματικό δυναμικό $\underline{A}$ δίδεται από την σχέση:

$$\underline{A} = -\hat{a}_z\, j\,\frac{\mu E_o}{2\eta}\sin\phi_i \int_0^W H_o^{(2)}(\beta|\rho-\rho'|)\,e^{j\beta x'\cos\phi_i}\,dx' \qquad (2)$$

δ) Εάν $\rho \gg \rho'$ (παρατήρηση στο μακράν πεδίο) χρησιμοποιώντας την σχέση:

$$H_o^{(2)}(\beta|\rho-\rho'|) \cong \sqrt{\frac{2j}{\pi\beta}}\cdot\frac{e^{-j\beta\rho}}{\sqrt{\rho}}\,e^{j\beta x'\cos\phi_s} \qquad (3)$$

αποδείξτε ότι

$$\underline{A} \cong \hat{a}_z\, j\,\frac{\mu W E_o}{\eta}\sqrt{\frac{j}{2\pi\beta}}\,e^{j(\beta W/2)(\cos\phi_s+\cos\phi_i)}\,\cdot$$

$$\cdot\left\{\sin\phi_i\left[\frac{\sin[\frac{\beta W}{2}(\cos\phi_s+\cos\phi_i)]}{\frac{\beta W}{2}(\cos\phi_s+\cos\phi_i)}\right]\frac{e^{-j\beta\rho}}{\sqrt{\rho}}\right\} \qquad (4)$$

ε) Χρησιμοποιώντας τις σχεσεις

$$\underline{E} \cong -j\omega\underline{A} \ , \qquad \underline{H} \cong \frac{1}{\eta}\hat{a}_r \times \underline{E} = -j\frac{\omega}{\eta}\hat{a}_r \times \underline{A} \tag{5}$$

(μακράν πεδίο), υπολογίστε τα E_ϑ^s, H_ϕ^s (σκεδαζόμενο πεδίο) σαν συνάρτηση των μεγεθών ρ, ϑ_s, ϕ_s, ϕ_i.

στ) Από την σχέση:

$$\sigma_{2-D} = \lim_{\rho\to\infty}\left[2\pi\rho\frac{|\underline{E}^s|^2}{|\underline{E}^i|^2}\right] \tag{6}$$

υπολογίστε την ενεργό διατομή σκέδασης σ_{2-D} για $\vartheta_s=90^\circ$ σαν συνάρτηση των παραμέτρων ϕ_s, ϕ_i, w και σχεδιάστε την σε λογαριθμική κλίμακα (db) για $\phi_i=120^\circ$, $w=2\lambda$ και $0\le\phi_s\le180^\circ$.

ζ) Υπολογίστε τον συντελεστή σ_{2-D} για $\phi_s=\phi_i$ (μονοστατική περίπτωση) και σχεδιάστε σε λογαριθμική κλίμακα για $w=2\lambda$ και $0^\circ\le\phi_i\le180^\circ$.